Espacio Matemático Vol. 2 No. 2 (2021), pp. 152–153

Problemas y Soluciones

José Nieto, Jorge Tipe (eds.)

El objetivo de esta sección es presentar problemas matemáticos interesantes y sus soluciones. Invitamos a los lectores a proponer problemas que puedan ser abordados por estudiantes de la escuela media o de los dos primeros años de universidad sin conocimientos especializados. Se prefieren problemas originales e interesantes. Las soluciones y los problemas propuestos deben dirigirse a los editores por correo electrónico, en español, portugués o inglés. Las propuestas deben acompañarse de la solución, o al menos de información suficiente que haga razonable pensar que una solución puede ser hallada. Problemas abiertos conocidos no son aceptables.

Problems and Solutions

The goal of this section is to present interesting mathematical problems and its solutions. We invite the readers to propose problems which may be tackled by high school or college students without specialized knowledge. Problem proposals and solutions should be e-mailed to the editors in English, Spanish or Portuguese. Proposals should be accompanied by a solution or, at least, enough information on why a solution is likely. Known open problems are not suitable.

1 Problemas propuestos

Recordamos que se siguen recibiendo soluciones a los problemas 1, 2, 4, 5, 7, 8 y 17–22 publicados en números anteriores.

23. Hallar todas las soluciones enteras del sistema:

$$\begin{aligned} x+y+z &= 3,\\ x^3+y^3+z^3 &= 3. \end{aligned}$$

(Propuesto por Martín Andonegui, UPEL, Barquisimeto, Venezuela).

24. Sea P un punto interior de un triángulo equilátero ABC tal que $PA = 5$, $PB = 7$ y $PC = 8$ u. Hallar la longitud del lado del $\triangle ABC$.
(Propuesto por Martín Andonegui, UPEL, Barquisimeto, Venezuela).

25. Sean a, b, c, x, y, z números reales tales que

$$\begin{aligned} a^2 + x^2 = b^2 + y^2 = c^2 + z^2 &= (a+b)^2 + (x+y)^2 \\ &= (b+c)^2 + (y+z)^2 = (c+a)^2 + (z+x)^2. \end{aligned}$$

Demuestre que $a^2 + b^2 + c^2 = x^2 + y^2 + z^2$.
(Olimpiada Iberoamericana 2021 P1).

26. Dado un conjunto finito C, definimos $S(C)$ como la suma de los elementos de C. Encuentre dos conjuntos A y B tales que su intersección es vacía, su unión es el conjunto $\{1, 2, \ldots, 2021\}$ y $S(A)S(B)$ es un cuadrado perfecto.
(Olimpiada Iberoamericana 2021 P2).

27. Sea ABC un triángulo con incentro I, y sea P un punto arbitrario en el segmento BC. Suponga que los puntos D y E están en los segmentos AB y AC de tal manera que $AD = BP$ y $AE = CP$. La recta PI interseca por segunda vez a las circuncírculos de los triángulos AIB y AIC en X e Y, respectivamente. Demuestre que el circuncentro de AXY está sobre el circuncírculo de ADE.
(Olimpiada Iberoamericana 2021 P3).

José Nieto jhnieto@gmail.com
Universidad del Zulia, Maracaibo, Venezuela.

Jorge Tipe jorgetipe@gmail.com
Pontificia Universidad Católica del Perú.