

## Revisión de aproximaciones conceptuales asociadas a flujos de densidad variable: Caso intrusión salina

Vanessa Rodríguez Rueda

Estudiante de Ingeniería Ambiental, Universidad Antonio Nariño

vanrodriguez@uan.edu.co

### Resumen

El presente artículo se basa en el estudio del modelo de flujo de densidad variable, mostrando su importancia con respecto a casos relacionados con problemas e impactos ambientales, a causa de la contaminación de acuíferos costeros asociados a la mezcla de agua dulce con agua salada. Para ello, se parte desde la descripción del movimiento del fluido y los tipos de modelos que intervienen en estos casos, hasta la descripción específica del modelo de densidad variable, su notación matemática, su posible representación en modelos de programación, y su aplicación actual.

**Palabras clave:** Agua subterránea, modelo densidad variable, intrusión salina.

### Introducción

En la actualidad, la demanda global de recursos naturales se ha incrementado debido a diversos factores como el aumento de la población y la mayor demanda de bienes y servicios, así como la consecuente necesidad de proveer a estas grandes poblaciones de aquellas herramientas necesarias para su supervivencia y calidad de vida. Sin duda alguna, el recurso más importante para la supervivencia de los seres vivos en general es el agua, la cual es extraída y explotada por medio de diversos métodos. Uno de ellos es la extracción de agua subterránea mediante el uso de pozos.

Este tipo de extracción ha ganado hoy día gran importancia debido a la mejor calidad que caracteriza este tipo de fuentes de agua, en comparación con fuentes superficiales que

se encuentran expuestas a mayores impactos de origen antrópico y naturales y, que las hace más susceptibles a contaminarse.

Aunque este argumento se ha validado por mucho tiempo, la realidad actual demuestra que las aguas subterráneas no son ajenas a contaminantes de origen superficial o subsuperficial, ya que mediante pruebas de bombeo se han identificado grandes extensiones de acuíferos confinados que se han contaminado difusamente. Uno de estos casos es el de la presencia de aguas salobres o con altos contenidos de sales en acuíferos costeros, principalmente relacionado al proceso denominado intrusión salina que se define como el proceso (temporal o permanente) en el que las aguas marinas desplazan el agua dulce y se adentran en el continente dando avance del agua salada en acuíferos costeros. Dentro de las principales causas de este proceso tenemos: (i) La sobreexplotación del acuífero que afecta el equilibrio de agua dulce que es vertida al mar; (ii) el cambio climático que en temporadas secas implica una mayor sobreexplotación del acuífero y un aumento en las temperaturas que intensifica el proceso de evaporación derivando en una mayor concentración de sales; (iii) el aumento en el nivel de los mares en las costas, y la afectación del ciclo hidrológico del área determinada, causada por la disminución de la zona de recarga, disminución de precipitaciones, afectación a cuerpos de agua superficiales e interrupción del flujo de agua dulce hacia el mar.

Estos hechos de contaminación de acuíferos costeros son uno de los principales temas de análisis y estudio por parte de diferentes centros de investigación en hidrogeología ambiental.

La mayoría de estos esfuerzos se han concentrado, ya sea en el desarrollo de modelos conceptuales y numéricos o en el perfeccionamiento de técnicas de manejo, control y mitigación de los impactos de la intrusión marina. En el caso de los modelos numéricos, se pueden encontrar algunos esfuerzos encaminados a desarrollar simulaciones que permitan determinar el avance de la intrusión en un determinado periodo. Sin embargo, la simulación de dinámicas de flujo de densidad variable es uno de los problemas más complicados en la mecánica de fluidos ya que, en comparación con otros sistemas naturales, implican un mayor número de variables lo que aumenta la complejidad del sistema de ecuaciones que se requiere resolver.

### Descripción del movimiento del flujo

Para describir el movimiento de cualquier clase de fluido a través de un medio poroso se utiliza la ecuación de la Ley de Darcy que nos permite conocer su velocidad de movimiento:

$$v_D \approx \frac{\kappa}{\mu} (\nabla \rho - \rho g) \quad (1)$$

En donde:

$\kappa$  = Tensor de permeabilidad.

$\mu$  = Viscosidad.

$\nabla \rho$  = Gradiente de presiones.

$\rho$  = Densidad del fluido.

$g$  = Gravedad.

La ecuación de flujo se describe como:

$$\frac{d(sp)}{dt} = -\nabla(\rho q) + \rho Q \quad (2)$$

En donde:

$\frac{d(sp)}{dt}$  = la derivada o razón de cambio de la porosidad y densidad del flujo con respecto al tiempo.

$-\nabla(\rho q)$  = variación de masa debido a los flujos entrantes y salientes.

$\rho Q$  = presión y caudal de recarga.

Siendo las ecuaciones 1 y 2 la base para el diseño de la formulación adecuada de las principales relaciones algebraicas que resuelven modelos de densidad variable de flujo.

### Tipos de modelos en que interviene la variación de la densidad

Para analizar el contexto de un problema en que se busque analizar el avance de una cuña salina en un acuífero costero, es necesario analizar el tipo de modelo a estudiar que está definido por las variables que controlan el movimiento del agua salobre en relación al agua dulce, el cual podemos definir como:

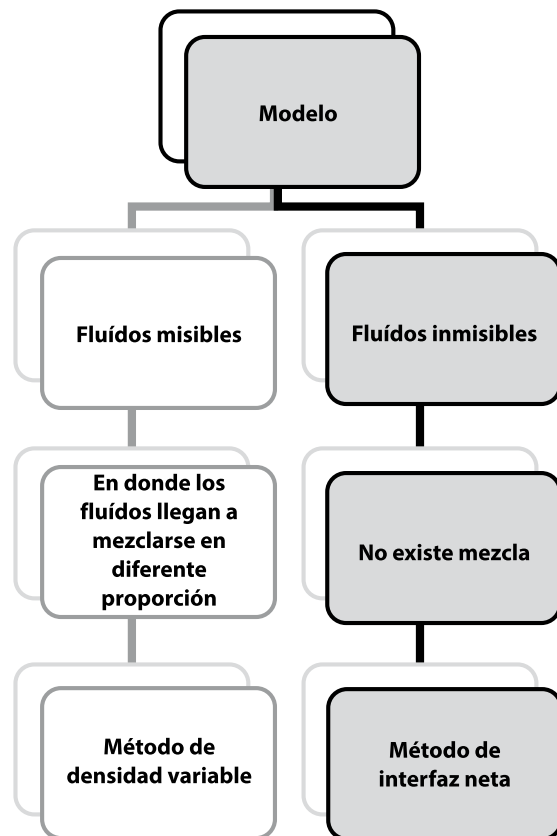


Figura 1. Modelo de definición de tipo de movimiento del flujo.

A partir de la figura 1 podemos decir que para describir de manera adecuada el proceso de intrusión salina, es necesario considerar el sistema con dos fluidos diferentes, generando dependencia del flujo en la densidad, lo que obliga al uso de un modelo de densidad variable.

### *Modelo de densidad variable*

El modelo de densidad variable para fluidos miscibles de agua dulce y agua salada, se estudia en una sola fase como un fluido en condiciones de densidad variable en donde la ecuación de continuidad para intervención de mezcla de agua dulce y salada (Guerrit Jousma, 1988) está dada por:

$$\rho \zeta \frac{\partial P}{\partial t} + \varepsilon \frac{\partial p}{\partial c} \frac{\partial c}{\partial t} = \nabla \left[ \frac{pK}{\mu} (\nabla p + \rho g \nabla z) \right] + pQ \quad (3)$$

En donde:

$\rho$  = Densidad.

$\zeta$  = Almacenamiento elástico debido a la variación de la presión.

$\frac{\partial P}{\partial t}$  = Derivada de presión con respecto al tiempo.

$\varepsilon \frac{\partial p}{\partial c}$  = Porosidad en factor de la derivada de la densidad del fluido con respecto a la concentración de sal.

$\frac{\partial c}{\partial t}$  = Derivada de la concentración de sal en el fluido con respecto al tiempo.

$K$  = Tensor de permeabilidad intrínseca del medio poroso.

$\mu$  = Viscosidad cinemática.

$\nabla p$  = Gradiente de presión

$g$  = Gravedad.

$\nabla z$  = Gradiente de alturas.

$Q$  = Caudal de recarga.

En esta nueva ecuación definida como diferencial parcial (al incluir términos asociados a derivadas parciales) encontramos una variable dependiente en función de dos variables independientes, implican el uso de la densidad no como una constante sino como una variable, surgiendo la necesidad dentro del análisis de la formulación de una nueva ecuación para calcular la distribución de densidad.

Esto es posible a partir de relacionar la densidad con la concentración de sal presente en el fluido mezclado, creando así la ecuación de transporte de soluto (sal).

La ecuación del soluto se puede representar como:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = -v \nabla c + \nabla (D \nabla c) + Qc^* \quad (4)$$

En donde:

$\frac{\partial c}{\partial t}$  = Derivada de la concentración con respecto al tiempo.

$-v$  = Velocidad media del fluido.

$\nabla c$  = Gradiente de concentración de sal en el fluido.

$D$  = Tensor de dispersividad.

$Qc^*$  = Caudal y concentración de sal al exterior del fluido.

### *Modelo de densidad variable en relación al balance de solutos*

En relación al balance de solutos de la ecuación de flujo para fluidos miscibles, es posible expresar la relación anterior con respecto a otras variables (Ramírez, 2006) como la adsorción, advección, difusión y dispersión al definir la ecuación de flujo a partir de:

Balance de masa:

$$\frac{\partial(\varepsilon S_w \rho)}{\partial t} = -\nabla(\varepsilon S_w \rho \cup) Q_p + \gamma \quad (4)$$

$\varepsilon$  = Porosidad.

$S_w$  = Grado de saturación del agua.

$\rho$  = Densidad del fluido.

$\cup$  = Flujo del agua.

$Q_p$  = Fuente de masa del fluido.

$\gamma$  = Fuente de masa de solutos.

Balance de solutos:

$$\frac{\partial(\varepsilon S_w \rho C)}{\partial t} = -f - \nabla(\varepsilon S_w \rho \cup C) + (\varepsilon S_w \rho (Dm l + D)) + (\varepsilon S_w \rho \cup C \gamma) + Q_p \quad (5)$$

En donde cada expresión representa:

$-f$  = Adsorción.

$(\varepsilon S_w \rho \cup C)$  = Advección.

$(\varepsilon S_w \rho (Dm l + D))$  = Difusión, dispersión, en donde  $Dm$  representa en coeficiente de difusión y  $D$ , el coeficiente de difusión efectiva.

$(\varepsilon S_w \rho \cup C \gamma)$  = Degradación.

$Q_p$  = Fuente.

Obteniendo así un sistema de dos ecuaciones no lineales con derivadas parciales de compleja solución que hacen necesaria la aplicación de modelos que permitan hallar una solución aproximada para cada caso en específico.

### *Uso de modelos numéricos*

Como se evidenció en el numeral previo, la solución de estos sistemas de ecuaciones implica el uso de modelos numéricos aplicados que buscan la solución aproximada de las variables principales, mientras que las secundarias son halladas por medio de técnicas como la discretización e interpolación. Estos códigos de representación numérica programados están en la capacidad de solucionar las ecuaciones diferenciales base para la modelación del movimiento del flujo bajo las condiciones de densidad variable.

Por lo tanto, los métodos de solución pueden mostrar de acuerdo a su escala un bajo o alto nivel de error. Si se estudia, por ejemplo, un caso en el que el flujo de contaminación de agua salada pasa a través de las aguas subterráneas de un acuífero de gran tamaño, este posee una franja de estudio muy grande y pueden presentarse más errores a diferencia de casos locales con resultados más precisos.

Cobran de este modo mayor importancia el método de solución numérica, así:

- Diferencias finitas: caracteriza el acuífero en celdas, utilizando en cada una de ellas un balance independiente del movimiento del soluto.
- Modelo de elementos finitos: usa una solución de tanteo por medio de una interpolación.

Actualmente existen diversos programas que permiten realizar este tipo de modelaciones, algunos de los más utilizados son:

**FEFLOW:** Resuelve problemas de flujo y transporte con densidad variable en 2D y 3D. Los procesos de transporte de solutos miscibles que considera son advección y dispersión

hidrodinámica. Las condiciones de contorno que permite representar el programa son muy variadas.

**HGS:** Por medio del uso de HGS y MATLAB es posible resolver casos de intrusión marina. Inicialmente HGS nos muestra la aplicabilidad de su modelo en 3 niveles de pruebas de código:

- Comparación de soluciones analíticas disponibles.
- Problemas prácticos con complejidades que impiden soluciones analíticas.
- Aplicaciones de campo o experimentales.

**MODFLOW:** Resuelve problemas de flujo por diferencias finitas, este programa fue desarrollado por el Servicio Geológico de los Estados Unidos, el cual se basa en un código fuente que resuelve, mediante interacciones, la ecuación de flujo del agua subterránea (Unidos., 2008).

**SEEWAT:** Se trata del programa más apto que existe en el mercado para la modelación de intrusión salina en acuíferos costeros porque ha sido desarrollado específicamente para simular problemas de densidad variable y flujo transitorio en medios porosos de agua subterránea en tres dimensiones.

**SIMTRA:** La aplicación informática SIMTRA (Simulación Matemática de la Intrusión Marina) es una interfaz numérica y gráfica con la que es posible simular procesos de intrusión marina en modelos de acuíferos de parámetros distribuidos. Para representar el flujo utiliza el código MODFLOW y para resolver la ecuación de transporte el código MT3D. La combinación de las funcionalidades de ambos programas MODFLOW y MT3D permite resolver la ecuación de flujo y de conservación de la masa de forma iterativa y simultánea teniendo en

cuenta los cambios de densidad que supone la variación en la concentración de solutos.<sup>2</sup>

### *Aplicación de uso de los modelos asociados a casos de intrusión marina*

Existen diversos estudios en los que se ha implementado el uso de esta herramienta de modelación para la caracterización de acuíferos costeros asociados a contaminación con agua de mar, iniciando con la presentación de un método para resolver las ecuaciones que rigen el tiempo dependiente, flujo incomprensible de densidad variable en dos o tres dimensiones en una jerarquía de adaptación de rejillas (Ann S. Almgren, 1997), pasando por la comparación de resultados de técnicas numéricas.

La demostración de este modelo se basa en la formulación de diseños experimentales que han demostrado –mediante problemas convencionales de flujos de sal, como el uso de programadores y ensayos físicos de verificación–, la validez de estas pruebas analíticas.

Siendo algunas de aplicaciones más importantes en la actualidad:

El desarrollo de un nuevo algoritmo en el que se facilite la solución de la ecuación de flujo en el sistema de dos ecuaciones expuestas anteriormente. Este modelo se desarrolló y comprobó mediante el uso de una cámara que simulaba, en tiempo real, el comportamiento y movimiento de agua salada inyectada en un tanque de agua dulce, con el fin de verificar la veracidad del uso de este nuevo algoritmo. (Philippe Ackerer, 2004).

De acuerdo con la dificultad que implica la presencia de ecuaciones diferenciales parciales, se hace necesaria la revisión de todos los métodos usados actualmente para identificar aquel que

se acople a las necesidades del problema y arroje resultados reales. Para esto, fueron investigadas las tres técnicas numéricas diferentes disponibles en los programas SEAWAT/MT3DMS, códigos usados mediante la simulación de datos experimentales de densidad variable de flujo y transporte. Los experimentos fueron diseñados para representar tres técnicas numéricas utilizadas en la simulación de estos mismos experimentos: El método de las características de enfoque (MOC), el de variación decreciente (TVD) y las diferencias finitas (FD).

Los análisis indicaron que los tres métodos numéricos poseen limitaciones y no fueron capaces de reproducir satisfactoriamente las inestabilidades observadas en los conjuntos de datos experimentales. Los resultados muestran la necesidad de mejorar la exactitud de las técnicas numéricas que, en la actualidad están siendo utilizadas para la solución de problemas de flujo de agua subterránea de densidad variable (Chao-Ying Jiao, 2004).

El uso de este tipo de modelos también se adapta para buscar otras herramientas que faciliten el uso de un programa y permitan obtener datos duros en el área de estudio, un ejemplo de ello es una técnica simple que implementa el uso de una hoja de cálculo, un código de Visual Basic y el software de mapas, para representar adecuadamente el flujo de direcciones y corregir las diferencias de densidad en el acuífero (Arif Alkalali, 2003).

Por otra parte, existen proyectos que van más allá de la teoría y tratan de aplicar los conceptos a casos de intrusión marina en el mundo. Uno de ellos es la intrusión de agua de mar que contamina las reservas de aguas dulces subterráneas en los acuíferos costeros en Pioneer Valley, noreste de Australia. Allí se ha implementado un modelo tridimensional de intrusión de agua de mar mediante el uso de código

<sup>2</sup> Tomado de: Instituto Geológico y Minero de España (IGME). Proyecto SIMTRA de código libre ([http://www.igme.es/internet/productos\\_descargas/aplicaciones/simtra.htm](http://www.igme.es/internet/productos_descargas/aplicaciones/simtra.htm)).

MODHMS para explorar procesos de escala regional y para asistir la evaluación de estrategia en el manejo del sistema, generando un mapa de intrusión de agua de mar potencial.

Otro caso de estudio compete al sistema hidrogeológico de la laguna de Fuente de Piedra (Málaga, España), en donde las salmueras en la zona de descarga alcanzan una salinidad 10 veces superior a la del agua de mar. Por ello, se adelantan estudios de intrusión mediante la aplicación de técnicas hidrogeoquímicas y análisis de isótopos ambientales para la recolección de datos. Se busca entonces el desarrollo de un modelo de análisis de la distribución espacial de la salinidad de las aguas subterráneas. Para ello se midieron perfiles de conductividad y temperatura en pozos y piezómetros. Los perfiles de estos dos parámetros permiten evaluar la distribución espacial de los diferentes tipos de aguas subterráneas (Heredía, Araguás-Araguás & Ruiz, 2003).

### *Conclusiones*

En el presente artículo se recalcó la importancia de aplicar el método de densidad variable a casos de contaminación de acuíferos costeros por intrusión salina. Partiendo desde el hecho de la importancia de definir la descripción del modelo de flujo, como punto de partida para la resolución de la ecuación de flujo y transporte del contaminante, en aras de justificar el uso de programadores que permitan encontrar dichas soluciones, se demostró el que uso de este método resulta una medida de modelación efectiva del comportamiento del fluido miscible.

### *Bibliografía*

A. S. ALIEW, R. M. (2001). Numerical Simulation of the Movement of Saltwater under Skimming and Scavenger Pumping in the Pleistocene Aquifer of Gaza, Palestine. Luwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.

AnnS.Almgren, J. (1997). "A Conservative Adaptive Projection Method for the Variable Density Incompressible Navier-Stokes Equations". Journal of computational physics 142.

Arif Alkalali, B. R. (2003). "Basin-scale analysis of variable-density groundwater flow: Aquifer, Westem Canadian Sedimentary Basin". Journal of geochemical exploration.

Bachu, S. (1994). "Flow of variable-density formation water in deep sloping aquifers: review of methods of representation with case studies". Journal of Hydrology .

Bachu, S. (2001). "Flow of variable density formation wáter in deep sloping aquifers: minimizing the error in representation an analisis when use hidraulic-head distribution". Alberta Energy and Utilities Board, Alberta Geological Survey, 4th Floor, Bimotor Atria.

Bakker, M. (2003). "The Sea Water Intrusion (SWI)". International Journal for Buildings, 663-682 .

Chao-Ying Jiao, A. H. (2004). An Experimental Study of Miscible Displacements in Porous Media with Variation of Fluid Density and Viscosity. Kluwer Academic Publishers. Printed in the Netherlands.

Christian Langevin, E. S. (2005). "Simulation of integrated surface-water/ground-water flow and salinity for a coastal wetland and adjacent estuary". Journal of Hydrology 314.

Craig T. Simmons a, T. R. (2001). "Variable-density groundwater flow and solute transport in heterogeneous porous media: approaches, resolutions and future challenge". Journal of Contaminant Hydrology.

Douglas Weatherill a, C. T. (2004). "Testing density-dependent groundwater models". Advances in Water Resources 27.

Gallagher, A. D. (2006). Characterisation of sea-water intrusion in the Pioneer Valley, Australia using hydrochemistry and three-dimensional numerical modeling. Department of Natural Resources and Mines. Springer-Verlag .

- Goswami, R. R., Clement, T. P., & Hayworth, A. J. (2012). "Comparison of Numerical Techniques Used for Simulating Variable-Density Flow and Transport Experiments". American Society of Civil Engineers.
- Guerrit Jousma, B. T. (1988). Modelacion de la intrusion salina. Granada.
- Guo, C. D. (2006). "MODFLOW/MT3DMS-Based Simulation of Variable-Density Ground Water Flow and Transport". National Ground Water Association.
- H.-J.G. Diersch, O. K. (2002). "Variable-density flow and transport in porous media: approaches and challenges". Advances in Water Resources 25.
- Heredia, J., Araguás-Araguás, L. & Ruiz, J. M. (2003). Definicion del modelo conceptual de flujo hidrogelologico de densidad variable en la laguna de puente de piedra, sur de España. Instituto Geológico y Minero de España.
- Adrian D. Werner & Craig T. Simmons (2009) Impact of Sea-Level Rise on Sea Water Intrusion in Coastal Aquifers. Groundwater National GroundWater Association. Volume 47, Issue 2, pages 197–204, March - April 2009
- Klaus Johannsen, S. O. (1690–1704). "Numerical simulation of three-dimensional saltwater freshwater fingering instabilities observed in a porous medium". Water Resources, 2006.
- Klaus Johannsen, W. K. (2002). "The salt pool benchmark problem – numerical simulation of saltwater". advances in Water Resources 25.
- Kolditz, H.-J. G. (1998). "Coupled groundwater flow and transport: Thermohaline and 3D convection systems". Advances in Water.
- Marchand, J., Samson, E. & Beaudoin, J. J. (2001). "Modeling ion transport mechanisms in unsaturated porous media". Journal of Colloid. pp. 1-18.
- Mushikhi, A. R. (2009). "Control of seawater intrusion by salt-water pumping: Coast of Oman". Hydrogeology Journal.
- Peter Frolkovic, H. D. (2000). Numerical modelling of convection dominated transport coupled with density driven flow in porous media. Department of Mathematical Analysis, University of Gent.
- Philippe Ackerer, A. Y. (2001). El modelo de densidad variable de transporte en medios porosos. Kluwer Academic.
- Philippe Ackerer, A. Y. (2004). "Philippe Ackerer, Anis Younes, Martial Mancip". Geophysical research letters, vol. 31.
- Quartapelle, J.L. G. (2000). A Projection FEM for Variable Density Incompressible Flows. Laboratoire d'Informatique pour la Mécanique Dipartimento di Ingegneria Aerospaziale, Politecnico di Milano.
- Ramírez, M. P. (2006). Simulacion de intrusion marina en acuíferos confinados. Cataluña: Grupo de hidrogeología subterránea, Universidad Politécnica de Cataluña.
- Simmons, C. T. (2005). "Variable density groundwater flow: From current challenges to future possibilities". Springer-Verlag.
- Unidos, S. G. (2008). Introduccion a MODFLOW. Universidad de Chile.
- Wang, X. Z. (1999). Numerical simulation of sea water intrusion near Beihai, China. Beihai Institute of Hydrogeology, Engineering Geology.