

Modelamiento de un Robot de Cinco Grados de Libertad en un Módulo de Manufactura Flexible.

Yulieth Díaz*, Naidú Hernández** y Jairo Montoya***

*Universidad de La Salle, jimediaz_21@hotmail.com ** Universidad de La Salle, anhefo2406@gmail.com *** Universidad de La Salle, jamontoya@unisalle.edu.co

Resumen — El módulo de manufactura flexible, del laboratorio de CNC del programa de ingeniería en Automatización, incluye dentro de sus componentes principales dos máquinas de control numérico computarizado (CNC), las cuales realizan el mecanizado de piezas por torneado y fresado. Para el posicionamiento de estas piezas, se cuenta con un brazo robótico CRS A255 al cual se le aplica una metodología de control, con el diseño de la interfaz gráfica de usuario utilizando LabVIEW®. Se desarrollan los modelos para calcular la cinemática directa, inversa y diferencial. Luego se hace la validación de las ecuaciones obtenidas, moviendo el robot por medio de un programa, el cual reconoce cada articulación y muestra al usuario datos como: velocidad de movimiento, punto al que se lleva el extremo del robot, ángulo de desplazamiento de cada articulación y las rutinas para el posicionamiento de las piezas en las máquinas CNC. La precisión con la que el brazo llega a determinado punto se comprueba a través de la validación de los modelos en forma experimental, obteniéndose errores del 1,19% para la cinemática directa y de 3% para la cinemática inversa, siendo estos valores tolerables y corroborando que las trayectorias de movimiento que se establecieron son adecuadas.

Palabras clave — Robot, modelamiento, manufactura, cinemática.

Abstract — The flexible manufacturing module of the CNC Lab automation engineering program includes within its main components two CNC machines, which perform machining by turning and milling. For the positioning of these parts, a control methodology is applied to the CRS A255 robotic arm, using LabView® as a graphic interface. In order to calculate the forward, inverse and differential kinematics, the models associated to that methodology are developed. Validation of the models is performed after that moving the robot using the software, which recognize each joint and shows data as link's speed, endpoint of the end effector, angular displacement of each link and the paths for the positioning of the parts in the CNC machines. The accuracy for the arm to reach the endpoint is assessed, validating the model experimentally, obtaining error values of 1.19% for direct kinematics and 3% for inverse kinematics, values that are acceptable for a good position and confirming that the paths of motion that were established are adequate.

Keywords: Robot, modeling, manufacturing, kinematics.

I. INTRODUCCIÓN

El brazo CRS A255 posee 5 grados de libertad y 5 articulaciones, cuyo movimiento se realiza utilizando motores Servo-DC, los cuales cuentan con sensores ópticos tipo encoder incremental para su adecuado posicionamiento. La transmisión de movimiento desde los motores hasta las articulaciones se hace por medio de sistemas de engranajes y cadenas de rodillo. El brazo tiene

como elemento terminal una pinza de dedos deslizantes, activada con señal neumática. El espacio de trabajo del robot se aumenta, por medio de un eje deslizante sobre el cual se instala el robot, con el fin de poder posicionar piezas en las máquinas de control numérico.

Para garantizar el funcionamiento adecuado del robot, se identifican las restricciones de movimiento; se realiza el modelamiento cinemático directo, inverso y diferencial, para poder definir las trayectorias a programar a través del software compatible con el sistema de control; para finalmente diseñar una interfaz gráfica de usuario (GUI), desde la cual se pueden programar los diferentes movimientos que debe realizar el brazo, con el fin de transportar las piezas desde la banda transportadora hasta la respectiva máquina CNC (torno o fresadora) y viceversa. La figura 1, muestra el robot CRS y la tabla I el rango de movimiento y dimensiones de los eslabones.



Fig. 1: Robot CRS.

TABLA I

RANGO DE MOVIMIENTO DE LAS ARTICULACIONES

Articulación	Rango de movimiento [°]	Dimensiones [mm]
1 (Cintura)	±350	254
2 (Hombro)	±110	254
3 (Codo)	±130	254
4 (Muñeca)	±220	51
5 (Herramienta)	±350	154

II. MODELAMIENTO MATEMÁTICO DEL ROBOT CRS A 255

Este modelamiento permite obtener los valores numéricos, con los cuales se pueden analizar las restricciones de movimiento antes de definir las trayectorias a programar en LabView.

A. Cinemática directa

Según [1], este modelo permite conocer la posición y orientación que adopta el extremo del robot cuando cada una de las variables que fijan la posición u orientación de las articulaciones toman un determinado valor.

Para obtener este modelo, se tienen en cuenta las características y dimensiones del brazo, ver figura 2. Con base en el trabajo de [2], se adecuan y plantean las ecuaciones 1 a 4, que permiten determinar la posición del

extremo del brazo (x, y, z) y el alcance horizontal (r). Con estas ecuaciones del modelo directo, se hace la simulación del manipulador, para ubicar este a partir de los valores de las variables articulares.

$$r = l_2 \cos q_2 + l_3 \cos q_3 + l_4 \cos q_4 \quad (1)$$

$$x = r \cdot \cos q_1 \quad (2)$$

$$y = r \cdot \sin q_1 \quad (3)$$

$$z = l_1 + l_2 \sin q_2 + l_3 \sin q_3 + l_4 \sin q_4 \quad (4)$$

Donde:

r → Proyección del vector con punto inicial en el origen y punto final en el extremo del elemento terminal, sobre el plano XY.

li → longitud del eslabón i en mm.

qi → ángulo girado por la articulación i.

l₁ = l₂ = l₃ = 254 mm

l₄ = 205 mm

Obtenidas estas ecuaciones del modelo directo, se ingresan a LabVIEW®, con el fin de determinar el valor teórico de llegada del extremo del robot, para diversos casos, y en particular para las posiciones que se desean analizar. Para validar las anteriores ecuaciones, se realizan diferentes ensayos para determinar el error porcentual entre el resultado teórico y el resultado experimental entre un punto de inicio y un punto de llegada, sin tener en cuenta una secuencia de movimientos. En estos ensayos, se mueven las articulaciones del robot los ángulos mostrados en la tabla II, los cuales cubren los diferentes cuadrantes del espacio de trabajo.

Realizada la validación en 5 ensayos, se determina el error promedio de posicionamiento predicho por el modelo teórico.

TABLA II

ÁNGULOS DE LAS ARTICULACIONES CINEMÁTICA DIRECTA

Ensayo	q ₁	q ₂	q ₃	q ₄
1	90	45	-30	-10
2	45	0	10	90
3	90	45	15	30
4	180	60	-45	0
5	250	90	0	-80
6	350	50	-5	45

Luego se mide experimentalmente la posición del extremo y este valor se compara con el valor teórico obtenido. Finalmente, se calcula el error porcentual de posicionamiento en los ejes X, Y y Z. La tabla III, muestra los resultados de los casos evaluados.

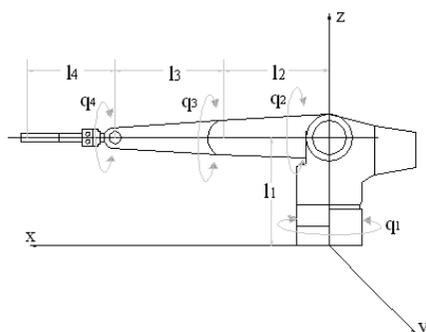


Fig. 2: Dimensiones y ejes de rotación del robot CRS.

TABLA III

RESULTADOS CINEMÁTICA DIRECTA

Teórico	Experimental	Error
x = 0 y = 602 z = 602	x = 0 y = 604 z = 605	E _x = 0% E _y = 0,3% E _z = 0,49%
x = 0 y = 601 z = 271	x = 0 y = 600 z = 277	E _x = 0% E _y = 0,17% E _z = 2,22%
x = 356 y = 356 z = 503	x = 365 y = 360 z = 503	E _x = 2,5% E _y = 1,1% E _z = 0%
x = 0 y = 602 z = 602	x = 0 y = 604 z = 605	E _x = 0% E _y = 0,3% E _z = 0,49%
x = 553 y = -97 z = 571	x = 550 y = -93 z = 573	E _x = 0,5% E _y = 4,1% E _z = 0,35%
Error total		E _T = 1,19%

Obteniendo los promedios de error para cada caso, se calcula error total el cual es E_T = 1,19%, valor muy bajo y que muestra que el modelo planteado es adecuado. En esta cinemática, se analizan los movimientos de las primeras cuatro (4) articulaciones, ya que la quinta articulación, es para la orientación del elemento terminal y no afecta la posición del manipulador.

B. Cinemática inversa

Según [1], el modelo inverso, permite encontrar los valores que deben adoptar las coordenadas articulares del robot para que su extremo se posicione y oriente según una determinada localización espacial. Las ecuaciones de este modelo son función de la longitud de los eslabones y de las coordenadas del punto a alcanzar.

Para obtener este modelo, se asume q₄ = 0°, debido a que su rotación no afecta la posición del extremo final del robot. Aplicando análisis trigonométrico, se obtienen las ecuaciones (5) a (8), las cuales permiten determinar el ángulo que debe girar cada articulación, para llegar a un punto específico, dado por el usuario, (coordenadas P_x, P_y y P_z). (Ver Figura 3).

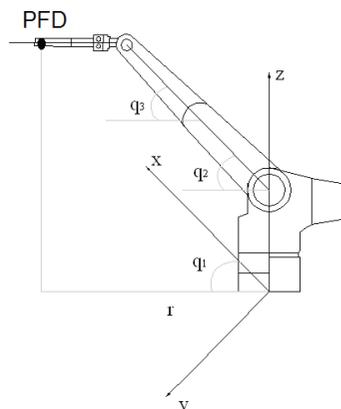


Fig. 3: Posición final deseado (PFD).

$$r = \sqrt{(P_x^2 + P_y^2)} - l_4 \cos q_4 \quad (5)$$

$$q_1 = \tan^{-1} \left(\frac{P_y}{P_x} \right) \quad (6)$$

$$q_2 = \cos^{-1} \left(\frac{\left(\sqrt{P_x^2 + P_y^2} - l_4 \cos q_4 \right)^2 + (P_z - l_1)^2 - l_2^2 - l_3^2}{2l_2 l_3} \right) \quad (7)$$

$$q_3 = \tan^{-1} \left(\frac{P_z - l_1}{\sqrt{P_x^2 + P_y^2} - l_4 \cos q_4} \right) - \tan^{-1} \left(\frac{l_2 \sin q_2}{l_3 + l_2 \cos q_2} \right) \quad (8)$$

$$q_2 = q_2 + q_3 \quad (9)$$

Donde:

r → Proyección del vector en el plano XY.

qi → Ángulo que será rotado cada articulación

l₁ = l₂ = l₃ = 254 mm

l₄ = 205 mm

q₄ = 0 °

En el caso del robot CRS A255, cuando se mueve una articulación, las otras mantienen su posición, por lo que es necesario plantear una ecuación adicional para compensar esta condición, ecuación 9.

Para validar las anteriores ecuaciones, se utiliza Matlab y se analizan puntos en los diferentes cuadrantes con el fin de obtener datos representativos. Se calculan los ángulos de las articulaciones para alcanzar los siguientes puntos:

TABLA IV

POSICIONES DEL EXTREMO CON CINEMÁTICA INVERSA

Punto	X	Y	Z
1	157	431	508
2	507.5	293	474
3	-603	348	319
4	-229	491	537
5	-302	-359	377
6	146	-545	254

Los valores de ángulos obtenidos se introducen en las ecuaciones del modelo directo y se determina la posición final del robot, la cual se compara con las coordenadas del punto deseado. La tabla V, muestra los resultados de los ensayos realizados.

Conociendo los promedios de error de cada caso, se obtiene un E_T = 2.9%, valor adecuado para la aplicación planteada.

TABLA V

RESULTADOS CINEMÁTICA INVERSA

Angulo Rotado	Pto. Deseado	Pto. Real	Error [%]
q ₁ =70 q ₂ =90 q ₃ =0	P _x = 157 P _y =431 P _z = 508	P _x =167 P _y =425 P _z = 512	E _{Px} = 6,3 E _{Py} = 1,3 E _{Pz} = 0,8
q ₁ =30 q ₂ =60 q ₃ =0	P _x =507,5 P _y = 293 P _z = 474	P _x =510 P _y =282 P _z = 487	E _{Px} = 0,5 E _{Py} = 3,7 E _{Pz} = 2,7
q ₁ = 150 q ₂ = 20 q ₃ = -5	P _x = -603 P _y = 348 P _z = 319	P _x = 603 P _y = 361 P _z = 331	E _{Px} = 0 E _{Py} = 3,7 E _{Pz} = 3,7
q ₁ =115 q ₂ = 70 q ₃ =10	P _x = -229 P _y = 491 P _z = 537	P _x =-205 P _y = 484 P _z = 548	E _{Px} = 10 E _{Py} = 1,4 E _{Pz} = 2

q ₁ =230 q ₂ =80 q ₃ = -30	P _x = -302 P _y = -359 P _z = 377	P _x = -280 P _y = -363 P _z = 386	E _{Px} = 7,2 E _{Py} = 1,1 E _{Pz} = 2,3
q ₁ = 285 q ₂ = 45 q ₃ = -45	P _x = 146 P _y = -545 P _z = 254	P _x =150 P _y = -538 P _z = 258	E _{Px} = 2,7 E _{Py} = 1,2 E _{Pz} = 1,5
Promedio error ponderado			E _T = 2,9

C. Cinemática diferencial

Según [3], el modelo diferencial, presenta la relación entre las velocidades de las articulaciones y las velocidades lineales y angulares del efector final. Esta representación de la relación se describe mediante la matriz Jacobiana. Ésta matriz, se obtiene derivando las ecuaciones del modelo directo (Ecuaciones 1 a 4) respecto al tiempo y se agrupan en términos comunes. Conocida la matriz Jacobiana, se procede a calcular las componentes de la velocidad lineal del extremo del robot, reemplazando los correspondientes valores de velocidad angular de cada articulación. La ecuación diferencial obtenida se ingresa a Matlab para así realizar el cálculo de las velocidades del extremo del brazo. Debido a que en el software con el que se controla el robot no es posible tener velocidades para cada eslabón, se asigna el mismo valor de velocidad a las cuatro articulaciones y se analizan tres casos (velocidad baja, media y alta), en un rango de 0.05 rad/s a 0.86 rad/s. Los siguientes son los datos obtenidos al asignar el valor de velocidad angular 0,05rad/s: componente de velocidad en x, V_x = -0.0312, V_y = -0.0180 y V_z = 0.0312.

En los casos analizados, se puede observar que los resultados concuerdan con el movimiento del brazo, es decir, el sentido de las coordenadas del vector que describe el movimiento del brazo corresponde con el sentido de las velocidades obtenidas para el extremo del robot.

III. CONTROL DE POSICIONAMIENTO DEL ROBOT

Para realizar el posicionamiento del elemento terminal, ya que no se pudo implementar un controlador automático para el control posicionamiento, se utiliza el modelo cinemático inverso para calcular el valor que debe moverse cada articulación. Luego el usuario, ingresa en la interfaz los valores correspondientes a la coordenada deseada. Estos valores son analizados por la aplicación desarrollada para verificar las condiciones de restricción y así determinar si el movimiento se puede realizar. Ver figura 4. Según [4], lo anterior equivale a considerar el robot provisto de accionadores ideales sin dinámica, es decir, los accionadores proporcionan pares y fuerzas proporcionales a sus entradas.

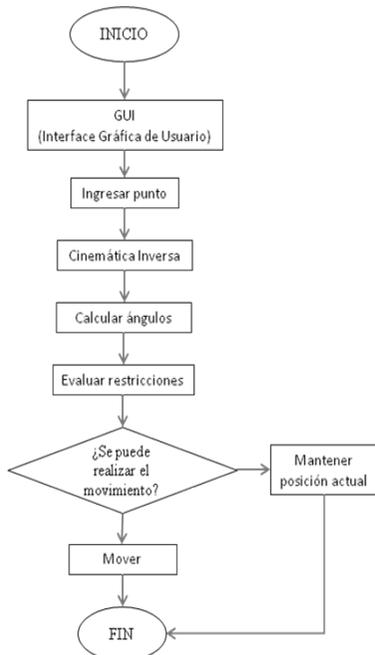


Fig. 4: Metodología de control.

IV. PERFILES DE VELOCIDAD Y ACELERACIÓN

Para obtener los perfiles de velocidad y aceleración, se debe partir de las ecuaciones 10 a 12 para la generación de trayectorias. Según [5], las funciones de interpolación empleadas para el análisis de las articulaciones del brazo son las que se pueden observar, en donde los coeficientes a_i se calculan dependiendo del caso analizado. Se analizaron 3 casos diferentes de trayectorias: Punto inicial a punto final, con un punto intermedio y con 2 puntos intermedios.

$$q = a_0 + a_1t + a_2t^2 + a_3t^3 \quad (10)$$

$$\dot{q} = a_1 + 2a_2t + 3a_3t^2 \quad (11)$$

$$\ddot{q} = 2a_2 + 6a_3t \quad (12)$$

Donde:

- q → Posición
- \dot{q} → Velocidad
- \ddot{q} → Aceleración
- t → Tiempo
- a_i → Coeficientes

La figura 5, muestra los perfiles de velocidad para un movimiento del robot desde un punto inicial y un punto final. En la gráfica de velocidad se puede ver que las velocidades inicial y final son nulas, y que la velocidad máxima es de 40,18 rad/s y es alcanzada en la mitad del tiempo transcurrido para completar el movimiento del robot. Finalmente, para la aceleración se observa que tiene un valor máximo de 287 rad/s² en 0s y toma valor negativo después de la mitad del tiempo de recorrido, este valor negativo representa un cambio de dirección del vector aceleración, según [6].

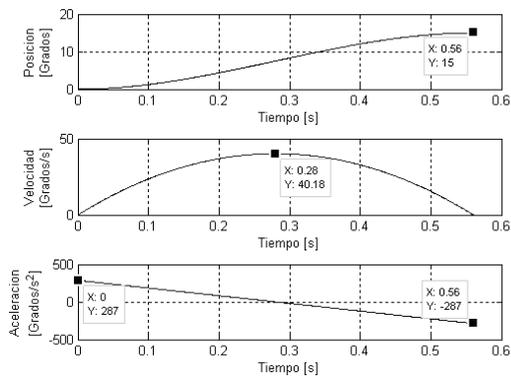


Fig. 5: Posición, velocidad y aceleración (P inicial y P final)

En la Figura 6, se puede observar el resultado de mover desde el punto inicial dado de 0° hasta el final de 45° pasando por 15°. La velocidad máxima es de 44,36 rad/s en 1,065 segundos, que es la mitad del tiempo de recorrido desde el punto intermedio hasta el punto final. La aceleración es máxima al iniciar el movimiento con un valor de 285 rad/s².

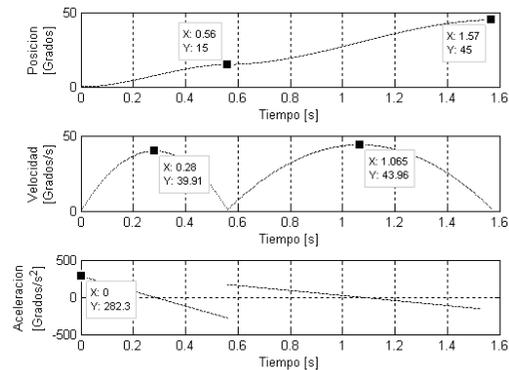


Fig. 6: Posición, velocidad y aceleración con punto intermedio.

V. INTERFAZ GRÁFICA DE USUARIO

Para facilitar al usuario el manejo del robot a través del PC, se realiza una interfaz gráfica, mediante la cual el usuario puede mover el brazo a una posición específica de manera sencilla. En esta interfaz, se ingresa el valor en grados que se desea mover cada articulación y la velocidad a la que se quiere mover el brazo en rad/s. También se tienen indicadores en los cuales se puede observar el desplazamiento en grados de cada articulación en tiempo real. Adicionalmente, cuenta con un botón de parada de emergencia. (Ver Figura 6).

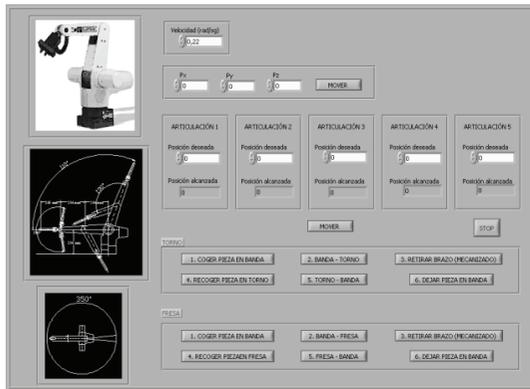


Fig. 6: Interfaz gráfica de usuario.

Como la función del brazo CRS A255 es transportar las piezas desde la banda transportadora hacia el torno y la fresadora, se van a establecer las trayectorias desde la banda hacia el torno y viceversa, igualmente para la fresadora.

En este proyecto, no se tuvo en cuenta la sincronía de operación entre el brazo robótico y las máquinas CNC, debido a que no estaba incluido dentro de los objetivos. Lo que sí es importante es establecer la posición del brazo robótico con respecto a cada una de las máquinas CNC y la respectiva secuencia de trayectorias para cargar y descargar con piezas de trabajo, de forma adecuada a la máquina herramienta a pesar de los errores de posicionamiento.

VI. PROGRAMACIÓN DE TRAYECTORIAS.

Como la función del brazo CRS A255 es transportar las piezas desde la banda transportadora hacia el torno y la fresadora, se van a establecer las trayectorias desde la banda hacia el torno y viceversa, igualmente para la fresadora.

Para el torno, estando el brazo en posición "home" (Ver Figura 3), este se desplazará a una velocidad media para recoger la pieza que está en el pallet sobre la banda. Una vez recogida la pieza este se desplaza por el riel hasta el extremo del mismo frente al torno, luego rota a alta velocidad ya que es un trayecto largo de recorrer. Estando junto a la copa del torno se empieza a desplazar a baja velocidad para evitar choques y posicionar la pieza adecuadamente en el torno. Una vez posicionada la pieza, el brazo se retira y la pieza es mecanizada. Terminado este proceso, el brazo se desplaza a baja velocidad para tomar la pieza ya mecanizada y llevarla de nuevo hacia la banda transportadora, moviéndose a una velocidad alta en el trayecto largo. Luego se desplaza en el riel hasta quedar frente al punto donde se encuentra el pallet, moviéndose a velocidad media cuando se aproxima al pallet que está sobre la banda. Puesta la pieza mecanizada, el brazo se posiciona nuevamente en "home".

Para la fresadora, estando el brazo en posición "home" (Ver Figura 3), este se desplaza a una velocidad media para recoger la pieza que está en el pallet sobre la banda. Una vez recogida la pieza, este se desplaza por el riel hasta el extremo del mismo frente a la fresa. Luego rota a alta velocidad ya que es un trayecto largo de recorrer. Se empieza a desplazar a baja velocidad para evitar accidentes y posicionar la pieza adecuadamente en la prensa de la fresa. Una vez posicionada la pieza, el brazo se retira, y la pieza es mecanizada. Terminado este proceso, el brazo se desplaza a baja velocidad para tomar

la pieza ya mecanizada, girando a una velocidad alta en los trayectos largos. Luego se desplaza en el riel hasta quedar frente al punto donde se encuentra el pallet, moviéndose a velocidad media cuando se aproxima al pallet que está sobre la banda. Puesta la pieza mecanizada, el brazo se posiciona nuevamente en "home".

VII. CONCLUSIONES

El error de posicionamiento medio obtenido con los modelos matemáticos planteados permite predecir de forma adecuada la ubicación real de la pieza que se desea ubicar en una posición programada. Por lo tanto, estos modelos permiten predecir de forma confiable el posicionamiento para otros robots con configuraciones similares pero con eslabones de diferente longitud.

Los resultados de los modelos matemáticos obtenidos, se pueden aplicar de forma secuencial para obtener la posición final de llegada, situación en la cual es necesario ir sumando los errores promedio calculados para cada trayectoria, con el fin de obtener el error total de posicionamiento en el punto total deseado.

El porcentaje de error obtenido para la cinemática directa (1,19%), es menor que el porcentaje obtenido para la cinemática inversa (2.9%). Esto permite corroborar que los modelos aplicados son los apropiados, ya que los errores son bajos y permiten garantizar que las trayectorias programadas para el posicionamiento de las piezas en la banda, torno y fresadora se realizarán sin ningún problema y los mecanismos antes mencionados estarán en capacidad de recibir o entregar las piezas de forma adecuada sin que haya falla en el proceso por este error de posicionamiento.

Cuando se varía la velocidad del movimiento de las articulaciones, en un rango de valores bajos, medios o altos, para alcanzar un punto determinado, el desempeño del brazo no se ve afectado. Esto se puede comprobar con los porcentajes de error calculados, ya que la diferencia entre estos no es significativa y ninguno de los porcentajes supera el 1%.

REFERENCIAS

- [1] A. Barrientos, L. Peñín, C. Balaguer, R. Aracil *Fundamentos de robótica*, Madrid. Editorial Mc Graw Hill 2007.
- [2] A. Ollero. *Robótica manipuladores y robots móviles*. Marcombo, Barcelona. Editorial Alfaomega. 2001.
- [3] S. Saha. *Introducción a la robótica*. México. Editorial Mc Graw Hill 2010.
- [4] R. Kelly. *Control de movimiento de robots manipuladores*. Madrid. Prentice Hall. 2003.
- [5] J. Montoya Gómez; J.L. Rubiano Fernández. *Modelamiento, simulación y control off line de trayectorias del Robot hidráulico para funciones de ensamblaje orientadas a sistemas flexibles de manufactura del laboratorio de Robótica y CIM*. Bogotá. Universidad de La Salle. 2008.
- [6] J. Montoya Gómez, J. Rubiano Fernández. *Modelling and simulation of trajectories for hydraulic robot applied to assembly functions in a flexible manufacturing system*. Universidad de La Salle, *Revista Epsilon* pp. 105-113. 2009.