

Desarrollo de ecuaciones de sintonía para controladores tipo PID aplicados al control de temperatura en intercambiadores de calor

Development of equations for tuning pid controllers applied to temperature control in heat exchangers

Jorge Duarte Forero*, German Amador Diaz**

Abstract

The development of controllers tuning equations PI, PID based on performance criteria is a methodology widely used in recent years. There numerous scientific publications where equations are reported of tuning used to tune controllers function of a particular process, and desired response in the control loop. In this article presents the development of a tuning equations for PID controllers based on the formulation of a new comprehensive performance criterion called FAD[®], which aims error minimizing deviation above or below the Set Point to regulatory control, depending on the restrictions of a specific process that can be approximated through a model represented by a transfer function FOPDT.:

Keywords: Amador-Duarte Function, Process Gain, Time Constant, Dead Time, Transfer Function

Resumen

El desarrollo de ecuaciones de sintonía de controladores PI, PID basados en criterios de desempeño es una metodología ampliamente utilizada en los últimos años. Existen numerosas publicaciones científicas donde se reportan ecuaciones de sintonización utilizadas para sintonizar controladores en función de las características de un proceso en particular, y de la respuesta deseada en el lazo de control. En este artículo se presenta el desarrollo de unas ecuaciones de sintonía para controladores tipo PID basados en la formulación de un nuevo criterio integral de desempeño denominado FAD[®], el cual busca minimizar la desviación del error por encima o por debajo del Set Point para un control regulatorio, en función de las restricciones de un proceso específico que puede ser aproximado a través de un modelo representado por una función de transferencia FOPDT.

Palabras clave: FAD (Función Amador-Duarte), Ganancia del proceso, Constante de tiempo, Tiempo muerto, Función de transferencia, FOPDT

Fecha Recibido: 2013-08-22

Fecha Aprobado: 2013-10-08

Universidad Antonio Nariño, M.Sc, Ing. Mecánica, email: jorge.duarte@uan.edu.co

Universidad del Norte, Ing. Mecánico, Doctorando Uninorte, email: gjamador@uninorte.edu.co



1. Introducción

En muchos procesos industriales es común encontrar sistemas que tengan la necesidad de una rápida estabilización ante perturbaciones en alguna entrada del proceso o cambio de set point. La operación por largos periodos de tiempo en zonas no tolerables por encima o por debajo del punto óptimo de operación en un proceso específico, conlleva en muchos casos en no conformidades en el producto final, lo cual es indeseable. Un caso típico es el calentamiento de agua para el mezclado de la pasta del papel con papel reciclado, donde se requiere que la temperatura del vapor de agua se mantenga al máximo posible y por debajo del Set Point o punto de operación. Largos periodos de tiempo por encima de la temperatura de operación en la planta, causa una degradación en la textura de la pasta de papel.

Es común la utilización de criterios de desempeño para evaluar la calidad en la respuesta de un lazo de control por retroalimentación ante una perturbación en las variables de entrada del proceso; así, la optimización de la respuesta de un lazo de control en particular dependerá del mejor índice de desempeño que se obtiene maximizando o minimizando dicho criterio. Para que un criterio de desempeño sea útil, debe ser determinístico y dinámico, que permita realizar tareas de optimización para un lazo de control determinado. Con base en lo anterior, el presente trabajo de investigación propone una nueva función de desempeño, FAD^1 , el cual minimiza las oscilaciones provocadas por perturbación o cambio de set point de una variable del proceso, por arriba o por debajo del punto de operación, dependiendo de las necesidades. Dicha función de desempeño, será utilizada para desarrollar una triada de ecuaciones de sintonización para un controlador PID (Proporcional, Integral, Derivativo) retroalimentado basado en datos obtenidos a través de una función de transferencia de primer orden más tiempo muerto. Los resultados obtenidos serán validados mediante la sintonización de un controlador PID de un

lazo de control de procesos previamente caracterizados en la literatura. Los resultados obtenidos serán comparados con los resultados arrojados por otros métodos de sintonización que han sido desarrollados previamente.

2. Trabajos previos

La mayoría de los procesos químicos presentan una respuesta sigmoideal ante una perturbación tipo escalón en alguna de sus variables de entrada[1]. Con el objetivo de sintonizar controladores PID retroalimentados, el comportamiento puede ser modelado a través de una función de transferencia de primer orden más tiempo muerto. Por ello es común encontrar en la literatura desarrollos de ecuaciones de sintonización basados en respuestas que siguen dicho comportamiento. En los últimos 50 años, los controladores Proporcional-integral-derivativo (PID) han tenido un fuerte impacto en la industria debido a su simplicidad y fácil implementación, por lo que han aparecido una gran variedad de trabajos que presentan metodologías y reglas para determinar sus parámetros de sintonización K_c (Ganancia de Controlador), τ_i (Tiempo integral) y τ_d (Tiempo derivativo). El primer gran aporte en este sentido fue desarrollado por Ziegler et al.[6], donde se desarrollaron ecuaciones de sintonía basados en una respuesta con una razón de decaimiento de 1/4, los cuales según experiencia de algunos expertos se pueden utilizar en un rango de 0, $1 \leq t_0/\tau \leq 0, 5$. Posteriormente López et al.[4] desarrollaron un conjunto de ecuaciones de sintonía para controladores P, PI, y PID basadas en la minimización de criterios integrales tales como ISE, ITAE, ITSE o IAE. Estas fueron desarrolladas asumiendo que las funciones de transferencia cuyas entradas son las perturbaciones y la señal del controlador respectivamente son iguales en lazo cerrado por retroalimentación. En la literatura se reporta que las ecuaciones de sintonía basadas en el criterio IAE son recomendables para trabajar en un rango de 0, $1 \leq t_0/\tau \leq 1$ [5]. Castro et al.[1], desarrollo dos ecuaciones para la sintonización de un controlador PI para procesos con una relación $t_0/\tau \leq 0$,

¹ Por las iniciales de: Función Amador-Duarte

1. Las ecuaciones obtenidas permiten sintonizar controladores para procesos incluso, sin tiempo muerto, siendo este uno de los principales resultados obtenidos. Recientemente, Alfredo et al.[3] desarrollo ecuaciones de sintonización para controladores difusos (FLC) que permite el calculo de parametros de escalamiento para el control de procesos que presenten fuertes no linealidades y que se pueden modelar como procesos de primer orden mas tiempo muerto, cuyos parametros de proceso planteados son utilizados como referencia en el presente trabajo de investigacion.

3. Descripción de la función de desempeño FAD

La presente investigación, propone una nueva función de desempeño, el cual tiene por objetivo cuantificar el error en la respuesta de un lazo de control por encima o por debajo del set point de manera independiente, según lo requerido por un proceso específico. Como se menciona previamente, en muchos procesos industriales existe el interés por mantener la mayor parte del tiempo la variable controlada por encima o por debajo del set point después de una perturbación o cambio de set point. Para ello, se requiere del desarrollo de una función de costo que al ser minimizada, se obtengan ecuaciones de sintonización para controladores que permitan obtener dicho comportamiento en un lazo de control determinado. Matemáticamente, la función FAD se define como:

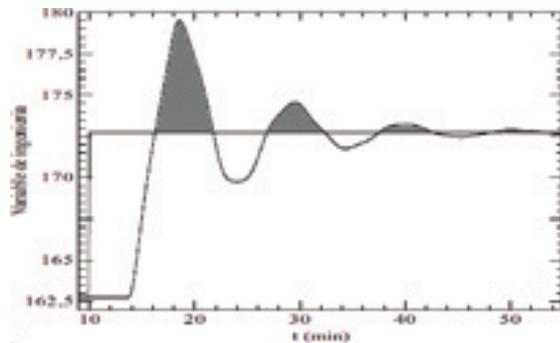
$$FAD = \int_0^{\infty} \frac{(\|e(t)\| \pm e(t))}{2} dt \quad (1)$$

donde

$$e(t) = C_{set} - C(t)$$

La Fig. 1 muestra esquemáticamente el error cuantificado por dicha función, cuya minimización representa la disminución de fluctuaciones por encima del *set point*. Lo anterior indica, que a escala industrial es posible sintonizar controladores que además de permitir estabilizar la

Figura 1. Definición de la función Amador-Duarte para la minimización del error por encima del set point.



variable controlada, esta lo haga alejada de zonas críticas de operación en un proceso especificado.

El signo de la Ec. 1, está en función de la zona en la que es crítica la estabilización del proceso. Si el proceso no tolera operar por encima del set point, se utilizara el signo negativo, ya que de esta manera la función describirá el área bajo la curva del error contra el tiempo por encima del set point, el cual es el caso de la Fig. 1. Si el signo es positivo, se presenta la situación contraria, ya que la función describe el área bajo la curva del error contra el tiempo por debajo del set point. En ambas situaciones es posible optimizar esta función, el cual será utilizada en el presente trabajo como función de costo para la obtención de ecuaciones de sintonización para procesos que pueden ser modelados como FOPDT (Primer Orden más tiempo muerto).

4. Metodología

Para la formulación de las ecuaciones de sintonización deseadas, se utilizo la metodología empleada por Alfredo et al.[3], el cual consistió en a) diseño de un experimento, b) evaluación de significancia de los factores y sus interacciones, c) obtención de las ecuaciones a través de una regresión no lineal de los datos obtenidos y por ultimo d) validación de dichas ecuaciones a través de su utilización en la sintonización de un controlador de un lazo de control implementado

en la bibliografía. A continuación, se hace una descripción detallada de cada uno de los pasos realizados en el presente trabajo de investigación.

5. Diseño de experimento

Para la obtención de las ecuaciones de sintonización, se diseñó un experimento factorial 33 [2], compuesto por tres factores, y tres niveles cada uno (alto, medio, y bajo). Los factores a estudiar son: a) ganancia del proceso K_p , b) tiempo muerto del proceso t_o , c) constante de tiempo del proceso τ_p ; la tabla uno muestra de manera resumida los factores y niveles definidos en el experimento.

Factores	Bajo	Medio	Alto
K_p	0.5	1.5	2.5
T_p	5	10	15
T_o/T_p	0.1	0.3	0.5

Cuadro 1. Tabla de factores y niveles utilizados en el experimento

Los niveles de los factores, fueron seleccionados tomando como referencia los utilizados por trabajos previos[3], habiendo un incremento significativo en la constante de tiempo con respecto al utilizado en el trabajo de referencia. En total se ejecutaron 27 corridas completamente aleatorizadas, las cuales fueron realizadas a través de simulaciones computacionales en Simulink/Matlab® de un lazo de control por retroalimentación de un proceso FOPDT.

Las variables de respuestas del experimento corresponden a los parámetros de sintonización de un controlador PID: ganancia K_c , constante integral y derivativo τ_i , τ_d del controlador respectivamente. Las corridas llevadas a cabo tienen como objetivo la obtención de dichos parámetros obedeciendo a la optimización de la función de costos FAD que permita obtener la mínima desviación por encima del set point. Lo anterior se puede expresar como:

$$J(K_c, \tau_i, \tau_d) = FAD = \int_0^{\infty} \frac{(\|e(t)\| - e(t))}{2} dt$$

La Tabla 2 muestra los resultados obtenidos en el experimento. En las tres primeras columnas se observa los parámetros del proceso utilizados para la obtención de los parámetros del controlador optimizado. En la última columna, se observa los resultados de la función de desempeño integral FAD, donde se verifica el buen comportamiento de la función de optimización, manejando bajas oscilaciones para un control regulatorio.

K_p	τ_p	t_o/τ_p	K_c	τ_i	τ_d	FAD
0,5	10	0,3	5,9547	3,8866	1,6345	7,6
1,5	10	0,1	3,9728	1,8117	1,6492	5,1
1,5	5	0,1	3,9628	0,9525	0,6528	6,3
0,5	15	0,5	3,0794	8,3262	2,6495	31,9
1,5	5	0,3	1,9451	1,9493	0,9422	11,7
2,5	15	0,3	1,7214	5,8279	2,2252	39,6
0,5	5	0,3	4,2351	1,9493	0,9642	5,5
2,5	15	0,5	1,1713	9,1264	3,1145	95,0
2,5	5	0,1	1,7392	0,9924	0,8734	7,1
2,5	5	0,5	0,9916	2,7861	0,8806	35,9
2,5	10	0,1	1,9478	1,8729	1,2819	11,9
2,5	10	0,5	0,9875	6,2134	1,7634	69,5
2,5	10	0,3	0,6163	3,5866	1,6712	74,7
1,5	15	0,5	1,6845	8,8349	2,6298	62,3
0,5	10	0,5	3,3518	5,5521	1,7561	19,9
2,5	5	0,3	1,3247	1,9533	0,7582	17,0
0,5	15	0,1	9,6731	2,7056	1,9271	3,5
1,5	15	0,1	3,5452	2,8351	1,9079	9,7
1,5	10	0,5	1,7982	5,8713	1,7989	39,9
0,5	5	0,5	4,5173	2,7861	0,6749	8,8
2,5	15	0,1	2,7457	2,7056	1,9079	11,9
0,5	5	0,1	9,9745	0,9139	0,6410	1,1
1,5	15	0,3	1,4218	5,8239	2,3784	49,8
0,5	10	0,1	9,7814	1,8341	1,2769	2,3
1,5	10	0,3	1,9512	3,8620	1,5710	23,4
1,5	5	0,5	1,9832	2,7861	0,9261	20,2
0,5	15	0,3	3,8713	5,8578	2,3845	18,3

Cuadro II. Resultados del experimento

6. Análisis de resultados y obtención de las ecuaciones de sintonización

Partiendo de los resultados del experimento, se procedió a realizar un análisis de varianza con un intervalo de confianza del 95 %, con el fin de determinar el nivel de significancia de los factores estudiados y sus interacciones de segundo orden. Los efectos mas significativos para la ganancia del controlador

(K_c) son: K_p , t_o/τ_p , K_p , K_p , $K_p * (t_o/\tau_p)$, $t_o/\tau_p * t_o/\tau_p$. Para el tiempo derivativo (τ_d), los efectos mas significativos son: τ_p , t_o/τ_p , $\tau_p * (t_o/\tau_p)$. Finalmente, para el tiempo integral (τ_i), se tiene que los efectos mas significativos son: τ_p , t_o/τ_p , $K_p * (t_o/\tau_p)$, $\tau_p * (t_o/\tau_p)$.

Figura 2. Efectos principales de K_c

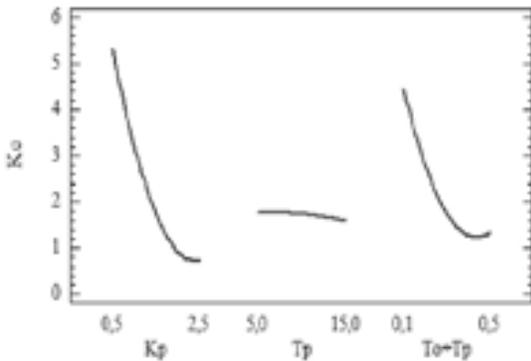


Figura 3. Efectos principales de τ_d

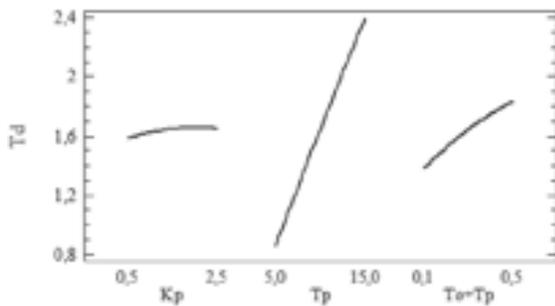
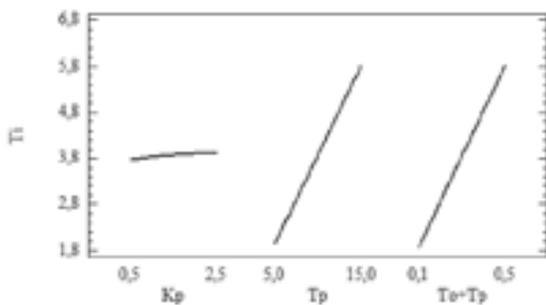


Figura 4. Efectos principales de τ_i



Las Fig. 2, 3 y 4 muestran graficamente los efectos principales de cada uno de los factores estudiados. Tal como se muestra en la Fig. 2, se puede ver la fuerte relacion existente entre la ganancia del controlador, la ganancia del proceso y la relación t_o/τ_p . De igual manera, en las Fig.[3,4], se muestra la fuerte relacion existente

entre el tiempo derivativo e integral del controlador y la constante de tiempo del proceso y la relación t_o/τ_p . Segun lo anterior, se observa una marcada influencia de la relacion t_o/τ_p , sobre los parametros de sintonia del controlador, lo cual concuerda con las conclusiones obtenidas por otros trabajos y que han sido reportados en la literatura tecnica[5].

Teniendo en cuenta en primera instancia los efectos significativos obtenidos, y un análisis dimensional adecuado, se propone un modelo obtenido a través de una regresión no lineal que en primera instancia es significativa, sus coeficientes son significativos, los residuos presentan un comportamiento aleatorio y cumple con los supuestos de Normalidad, Homocedasticidad, e independencia. Dicha regresión permitió obtener las constantes del modelo que permitan describir la relación existente entre los parámetros del proceso y los parámetros de sintonía del controlador. Las ecuaciones de sintonía propuesta en el presente trabajo para calcular la ganancia, tiempo integral y derivativo del controlador son:

$$K_c = \frac{1,5088}{K_p} \left(\frac{t_o}{\tau_p} \right)^{-0,53} \left(\frac{\%CO}{\%TO} \right) \quad (2)$$

$$\tau_i = 0,9164\tau_p \left(\frac{t_o}{\tau_p} \right)^{0,6966} \quad (3)$$

$$\tau_d = 0,1535\tau_p + 0,0521 \quad (4)$$

Las ecuaciones 2, 3 y 4 fueron obtenidas con un R^2 ajustada de 0,68, 0,99 y 0,85 respectivamente. Dichas ecuaciones son validas para una relación tiempo muerto-constante de tiempo del proceso que este en $0, 1 \leq t_o/\tau_p \leq 0, 5$. Las ecuaciones 3 y 4 estan en unidades de tiempo.

7. Validación de las ecuaciones de sintonización obtenidas

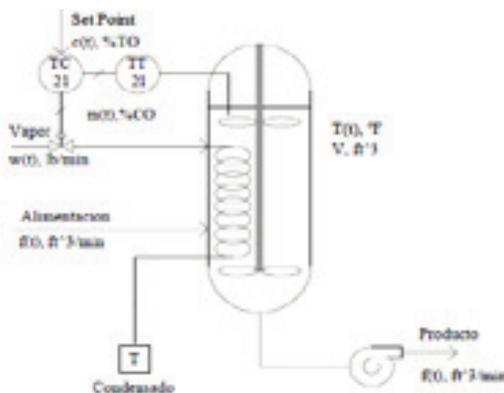
Para verificar la utilidad de las ecuaciones de sintonización obtenidas, se sintonizaran controladores de un lazo de control por retroalimentación de un proceso descrito en la bibliografía[5]. El primer caso se hará con un proceso de mezcla donde se calienta la mezcla a través de un ser-

pentín que conduce vapor de agua. En el segundo caso, se sintonizara un controlador de un lazo de control de temperatura en un intercambiador de calor. Ambos modelos, tiene como principal característica ser de orden superior, pero cuya respuesta en lazo abierto ante una perturbación en alguna variable de entrada es autoregulada y sin oscilaciones, lo que hace posible aproximar la dinámica del proceso a través de una función de transferencia de un proceso FOPDT.

7-A. Sintonización de un controlador PID de un lazo de control de temperatura en un tanque mezclador²

En este ejemplo, se tomara como modelo de referencia el proceso industrial de intercambio de calor en un tanque mezclador como el que se muestra en la Fig. 5. El lazo de control del proceso, está compuesto por un controlador tipo PID, un sensor/transmisor de temperatura y una válvula de control para manejar el flujo de vapor de agua en el serpentín. El proceso, puede ser modelado como un proceso FOPDT, debido a que la respuesta del proceso ante una perturbación tipo escalón es no oscilatoria y autoregulada (con una respuesta sigmoïdal). La Fig. 6, muestra comparativamente, la respuesta del proceso real y la modelada como un proceso FOPDT, mostrando la similitud en ambas respuestas.

Figura 5. Proceso mezclado con intercambio de calor



² Ejemplo 6-1.1, página 200 del libro “Principles and Practice of Automatic Process Control”, Carlos A Smith y Armando Corripio. Tercera edición.

Figura 6. Comparativo entre la respuesta en lazo abierto del proceso real y su aproximación en un modelo FOPDT

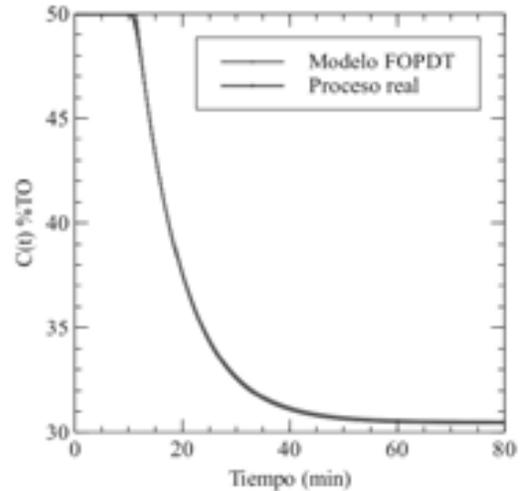
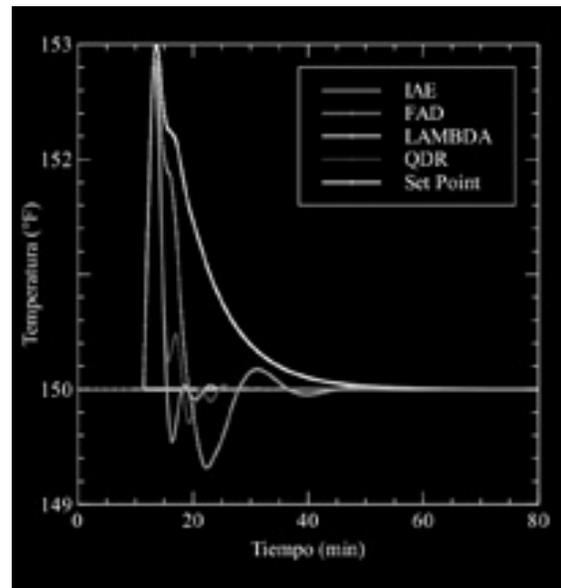


Figura 7. Comparativo de la respuesta de un lazo de control a diferentes sintonías con $K_p = 1, 95$
 $\tau_p = 8, 45, t_o = 1, 43$



En este proceso en particular, es necesario minimizar la desviación de la temperatura por encima del Set Point, como restricción para la aplicación de las ecuaciones de sintonía desarrolladas. A través de la caracterización en lazo abierto, se determino la ganancia, la constante de tiempo y tiempo muerto del proceso, esto es: $K_p = 1, 95$ $\tau_p = 8, 45, t_o = 1, 43$. Esto indica en primera instancia que los parámetros del proceso están

dentro del rango de aplicabilidad de las ecuaciones de sintonización desarrolladas en el presente trabajo, ya que $t_o/\tau_p = 0,17$ y adicionalmente la dinámica del proceso

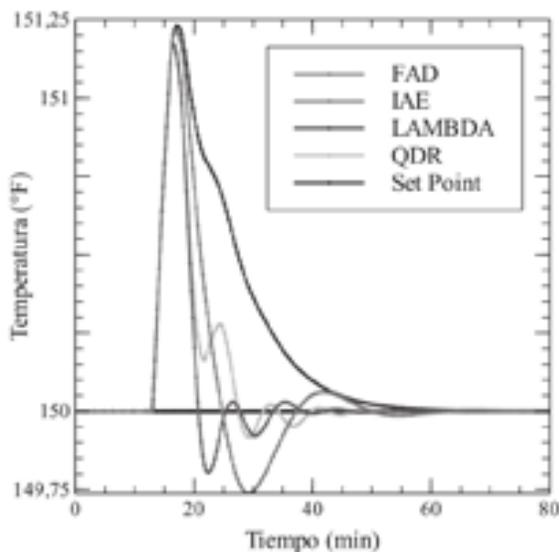
se puede modelar como:

$$G(s) = \frac{1,95e^{-1,43s}}{8,45s + 1} \quad (5)$$

lo que corresponde a una aproximación de un proceso real a un proceso de FOPDT.

Para evaluar el desempeño del controlador PID para el control de la temperatura del tanque de mezclado, se introdujo una perturbación en el flujo de alimentación a través de la reducción del flujo de alimentación en un 33 % con respecto al estado estable. Al disminuir el flujo de alimentación, es de esperarse que la temperatura en el tanque se incremente, por lo que el sistema de control debe actuar para compensar dicha perturbación. Las Fig. 7 y 8, muestran comparativamente la respuesta del lazo de control sintonizado con las ecuaciones desarrolladas en el presente trabajo y las ecuaciones reportadas en la literatura.

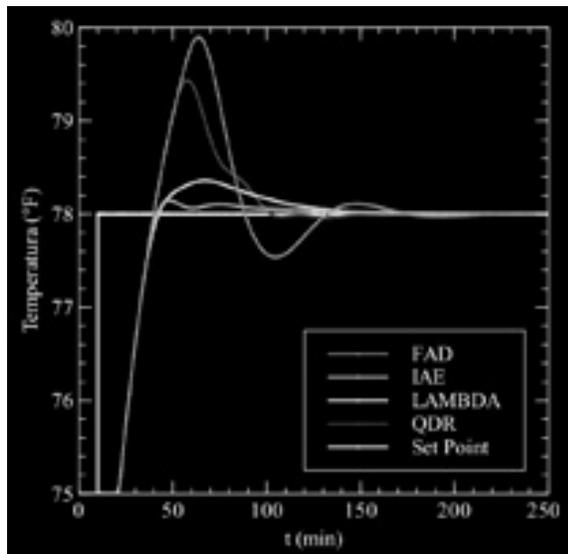
Figura 8. Comparativo de la respuesta de un lazo de control a diferentes sintonías con $K_p = 0,5$, $\tau_p = 10$, $t_o = 3$



En dichas figuras, se observa una buena respuesta del lazo de control sintonizado a través de las ecuaciones de sintonía FAD. El proceso, logra estabilizar rápidamente y por debajo del set point, el cual es uno de los principales objetivos del proceso de optimización. Al comparar con la sintonía IAE y QDR, se puede apreciar que la sintonía FAD presenta menos oscilaciones que estas dentro del rango de aplicación de dichas ecuaciones.

Cabe destacar, que debido a la posibilidad de modelar un proceso complejo como uno de primero orden más tiempo muerto, es posible considerar los tratamientos presentados en la Tabla 2, como parámetros de diferentes procesos. Bajo este contexto, si se considera un proceso diferente, esto es, considerando como parámetros del proceso $K_p = 0,5$, $\tau_p = 10$, $t_o = 3$, el lazo de control muestra una respuesta similar al anterior ejemplo, tal como se aprecia en la Fig. 9.

Figura 9. Comparativo de la respuesta de un lazo de control a diferentes sintonías con $K_p = 0,80$, $\tau_p = 13,8$, $t_o = 11,2$ ante un cambio de set point para el proceso de intercambio de calor.



VII-B. Sintonización de un controlador tipo PID de un lazo de control de temperatura de un intercambiador de calor³

Debido a que las ecuaciones de sintonización deducidas en el presente trabajo de investigación, fueron desarrolladas a partir de perturbaciones, es importante verificar, el desempeño de dichas ecuaciones ante cambios de set point. Para ello, se utilizara un proceso de intercambio de calor que ha sido planteado en la literatura[5]. Igual que el ejemplo anterior, el proceso se puede modelar como un modelo FOPDT, cuya dinámica se representa por la función de transferencia que se muestra en la ecuación 6:

$$G(s) = \frac{0,80e^{-11,2s}}{33,8s + 1} \quad (6)$$

El controlador del lazo de control, fue sintonizado utilizando las ecuaciones de sintonía desarrolladas, y cuyo desempeño nuevamente es comparado con la de otras ecuaciones de sintonía empleadas a nivel industrial. La Fig. 9 muestra, que la respuesta del lazo de control sintonizada con las ecuaciones de sintonía desarrolladas es buena, mostrando un comportamiento típico de un proceso de orden superior, con un overshoot del 63 %, el cual es muy cercano al deseado el cual es de 70,7 % según reporta la literatura.

8. Conclusiones

(i) Existe una estrecha relación entre la razón t_o/t_p , la ganancia y tiempo integral de controlador, según los resultados obtenidos en el diseño de experimento.

(ii) La función de desempeño FAD, es útil para la deducción de ecuaciones de sintonías para controladores tipo PID, diseñadas para disminuir las oscilaciones del lazo de control por encima o por debajo del set point según se requiera en un proceso en particular.

(iii) Las ecuaciones de sintonía de controladores tipo PID diseñadas basadas con el criterio de optimización FAD, mostraron un mejor desempeño que otras ecuaciones de sintonía para el rango $0, 1 \leq t_o/t_p \leq 0, 5$ debido a que no se presentaron fuertes oscilaciones y el tiempo de estabilización del proceso es aproximadamente igual al del resto de las respuestas sintonizadas estudiadas.

(iv) Aun cuando las ecuaciones de sintonía se desarrollaron utilizando perturbaciones como entradas, estas responden bien ante cambio de set point en el lazo de control.

Referencias

- [1] AJ Castro-Montoya, M. Serna-Gonzalez, and LI Salcedo-Estrada. Sintonía de controladores pi para procesos con tiempos muertos pequeños. *INGENIERIA QUIMICA-MADRID*, 35(398):127–133, 2003.
- [2] C Montgomery Douglas. *Diseño y Analisis de Experimentos*. 5th edition, 2001.
- [3] A.A. Gutierrez Vivius and M. Sanjuan. Ecuaciones de sintonización para controladores difusos basadas en modelos de primer orden mas tiempo muerto. *Revista Científica Ingeniería y Desarrollo*, 19(19):74–87, 2006.
- [4] Murril P.W. y Smith C.L. López, A.M. Controller tuning relationships based on integral performance criteria. *Instrumentation Technology*, Vol. 14(N°11):p. 57, 1967.
- [5] C.A. Smith and A.B. Corripio. *Principles and practice of automatic process control*, volume 111. John Wiley & Sons ^ eN. Y N. Y, 1997.
- [6] N.B. Ziegler, J.G. y Nichols. Optimum settings for automatic controllers. *Transactions ASME*, Vol. 64:p. 759, 1942.

³ Ejemplo 7-2.1, página 240 del libro “Principles and Practice of Automatic Process Control”, Carlos A Smith y Armando Corripio. Tercera edición.