

# Análisis de estabilidad del sistema de control borroso adaptable del proceso de vaciado continuo de acero de ACINOX – Las Tunas

Stability analysis of the adaptive fuzzy control system of the continuous casting process of steel of ACINOX – Las Tunas

Lis Beatriz Govea Moreno\*, Mercedes Ramírez Mendoza\*\* y Guillermo González Yero\*\*\*

Fecha de recepción: octubre 16 de 2014 - Fecha aceptado: noviembre 28 de 2014

## ABSTRACT

Stability theory plays a central role in systems theory and engineering, is considered the most important qualitative property of linear control systems so if a system does not fulfill this condition, the rest of the specifications are meaningless. In fact, most system designs are aimed directly or indirectly to obtain stable systems to the point that it is senseless to speak of a control system if it is not stable. In dynamic systems, there are different types of stability problems and to analyze them, Lyapunov theory has a prominent place. In this paper the stability analysis of the control system is done in mold level with fuzzy adaptation process proposed for the continuous casting of steel factory Acinox Las Tunas, where will be applied first and the second Lyapunov's methods.

**Keywords:** Lyapunov stability, stability analysis, fuzzy systems, adaptive control.

## RESUMEN

La teoría de estabilidad juega un rol central en la teoría de sistemas e ingeniería, se considera la propiedad cualitativa más importante de los sistemas de control lineales por tanto, si un sistema no cumple con esta condición, el resto de las especificaciones carecen de sentido. De hecho, la mayoría de los diseños de sistemas están dirigidos, directa o indirectamente a la obtención de sistemas estables, hasta tal punto que no tiene sentido hablar de sistema de control si éste no es estable. En los sistemas dinámicos existen distintos tipos de problemas de estabilidad y para el análisis de estos, la teoría de Lyapunov tiene un lugar destacado. En este artículo se realiza el análisis de estabilidad del sistema de control de nivel en molde con adaptación borrosa del proceso de vaciado continuo de acero de la fábrica Acinox Las Tunas, para ello, serán aplicados el primer y segundo método de Lyapunov.

**Palabras clave:** Estabilidad de Lyapunov, análisis de estabilidad, sistemas borrosos, control adaptable.

\* Departamento de Control Automático, Universidad de Oriente, lgovea@fie.uo.edu.cu, Ingeniera en Automática

\*\* Departamento de Control Automático, Universidad de Oriente, mramirez@fie.uo.edu.cu, Doctora en Ciencias

\*\*\* Grupo de Automatización, Empresa Acinox Las Tunas, guillermo@acinoxtunas.co.cu, Ingeniero en Automática



## I. INTRODUCCIÓN

La estabilidad es uno de los requisitos de comportamiento más importante en todo sistema y en particular los de control. En años recientes, el interés en el control borroso ha ido aumentando, pero aún hay cuestiones por resolver, principalmente en los temas relacionados con la estabilidad y el diseño de sistemas borrosos. Los trabajos del científico ruso Alexander M. Lyapunov a fines del siglo XIX, relacionados con la estabilidad, ofrecieron una base teórica fundamentada en la práctica, que abarca a todos los sistemas.

En este sentido han trabajado muchos investigadores, sobre todo a partir de la década de los 90, proporcionando a la lógica borrosa una base en la teoría de control no lineal. De esta forma, comenzaron a aplicarse a los sistemas de control borroso, los métodos clásicos de análisis de la teoría de control no lineal, entre los que se pueden mencionar: el método directo de Lyapunov, los métodos heurísticos y, más recientemente, se han empleado soluciones basadas en LMI's como metodología para garantizar la estabilidad asintótica del sistema de control borroso en lazo cerrado [1], [2], [3], [4] y [11].

En el presente artículo se analizará la estabilidad de puntos de equilibrio (PE) de sistemas lineales con base en su representación matricial en variables de estado usando el primer y segundo método de Lyapunov, que pueden ser usados también en sistemas variantes en el tiempo y en no lineales. En este caso de estudio se conoce el modelo matemático de la planta y, además el sistema borroso que se propone está basado en el modelo Takagi – Sugeno (TS) de orden cero [4], [7] y [8], por tanto se determinará una función de energía (V) que cumpla con las condiciones de estabilidad para el caso de que el sistema esté trabajando con distintos controladores locales.

## II. PRINCIPIOS DE LA TEORÍA DE ESTABILIDAD DE LYAPUNOV QUE SIRVEN DE BASE AL TRABAJO

La teoría de estabilidad de Lyapunov permite tanto el análisis de los sistemas de control no lineales, como la síntesis de controladores estables.

La estabilidad de los PE generalmente se caracteriza en el sentido de Lyapunov. Un PE se dice estable si todas las soluciones que se inicien en sus cercanías, permanecen cercanas a él; de otro modo el PE es inestable. Un PE se dice Asintóticamente Estable (AE) si las soluciones que se inicien en sus cercanías no sólo permanezcan cercanas a él, sino que además tienden al equilibrio a medida que el tiempo se aproxima a infinito [9], [10] y [11].

### A. Primer método de Lyapunov

**Método Indirecto de Lyapunov** – Abarca una formulación precisa de las cuestiones de estabilidad de modelos lineales de sistemas reales.

**Teorema 1.** Sea un PE del sistema no lineal representado en (1). Tal que:

$$A = \left. \frac{\partial f}{\partial x}(x) \right|_{x=0} \quad (1)$$

Entonces:

1. El origen es AE si todos los autovalores de A ( $\lambda_A$ ) tienen parte real negativa  $R_e(\lambda_A) < 0$ .
2. El origen es inestable si uno o más  $\lambda_A$  tiene parte real positiva ( $R_e(\lambda_A) > 0$ ).

**Teorema 2.** (Estabilidad del Origen en Sistemas Lineales). El PE  $x = 0$  de (2) es estable si todos  $\lambda_A$  tienen  $R_e(\lambda_A) < 0$ . El PE  $x = 0$  es Globalmente Asintóticamente Estable (GAE) si todos los  $\lambda_A$  tienen  $R_e(\lambda_A) < 0$ .

$$\dot{x} = Ax \quad (2)$$

### B. Segundo método de Lyapunov

**Método Directo de Lyapunov** – De la teoría clásica de la mecánica se conoce que un sistema es estable si su energía total, es una función definida positiva y decreciente de forma continua hasta alcanzar un estado de equilibrio. En un sistema no lineal no resulta fácil definir una V, por ello, en este método se introduce una V ficticia, denominada función de Lyapunov.

**Teorema 3.** Considérese  $\dot{x} = f(x)$  que existe una función continuamente diferenciable  $V : D \rightarrow \mathbb{R}$  tal que:

- Análisis de estabilidad del sistema de control borroso adaptable del proceso de vaciado continuo de acero •

$$\begin{aligned}
 V(0) &= 0 \\
 V(x) &> 0 \quad \forall x \in D, x \neq 0 \\
 \dot{V}(x) &= \frac{\partial V}{\partial x} f(x) \leq 0, \quad \forall x \in D
 \end{aligned}$$

Entonces, el PE  $x = 0$  es estable en el sentido de Lyapunov. Si además se cumple:

$$\dot{V}(x) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) < 0, \quad \forall x \in D, x \neq 0$$

El PE  $x = 0$  es AE. Esta estabilidad será global si  $D = \mathfrak{R}^n$  y además si la  $V$  es radialmente no acotada; es decir;  $\lim_{\|x\| \rightarrow \infty} V(x) = \infty$

Como candidata a  $V$ , se propuso:

$$V(x) = x^T P x \quad (4)$$

Donde  $P$  es una matriz real, simétrica y definida positiva. La derivada de  $V$  sobre las trayectorias del sistema está dada por:

$$\dot{V}(x) = x^T P \dot{x} + \dot{x}^T P x = x^T (PA + A^T P)x = -x^T Q x$$

Donde  $Q$  es una matriz real, simétrica y definida positiva dada por:

$$PA + A^T P = -Q \quad (5)$$

### III. SISTEMA DE CONTROL DE NIVEL EN MOLDE PARA VACIADO CONTINUO DE ACERO

El sistema de control del proceso de vaciado de acero de Acinox Las Tunas es del tipo asta – tapón, [5]. Como se puede apreciar en la Fig.1, él mismo tiene una configuración de control en cascada. En el lazo interno o de control de posición se mide la posición de la válvula asta\_tapón en la artesa, la cual es manipulada por un servomecanismo hidráulico. En el lazo de control externo se mide el nivel del molde y se actúa sobre

la referencia de posición para el lazo interno. En este proceso se producen transformaciones en la válvula tales como la erosión y la obstrucción, las cuales afectan el comportamiento del sistema [5] lo que debe ser tomado en cuenta para modificar la ganancia del controlador principal. El sistema bajo estudio es un sistema de control adaptable el cual posee aptitud para acomodar su comportamiento a cambios ocurridos en el medio al que está expuesto, lo cual implica la necesidad de modificar los parámetros del regulador, que en este caso es un PI adaptado, en el que se ajustan sus parámetros por medio de un algoritmo borroso [7]. En la nueva propuesta, obtenida a partir de una investigación realizada en la planta, con participación y conducción de la Universidad de Oriente, se obtuvo y validó un modelo aproximado, utilizando leyes físicas, la identificación experimental mediante señales especiales e identificación paramétrica fuera de línea tal como se aborda en [5].

En dicha propuesta se utiliza un sistema borroso que a partir de ciertas condiciones del proceso reveladoras de los cambios en el punto de operación, genera un factor de adaptación ( $F_a$ ) que modifica dicha ganancia. El sistema de control posee además un algoritmo de planificación de ganancia que también actúa sobre la parte proporcional ( $K_p$ ), de manera que el funcionamiento del mismo lleva implícito la participación de diversos controladores locales, por tanto, el análisis de estabilidad se realizará teniendo en cuenta esta cuestión. Como lo obtenido en  $F_a$  es un número dado al que el modelo TS responde con un consecuente numérico [7] y [8] y que además  $K_p$  proporciona valores numéricos también, son estas situaciones las que se consideran para analizar cómo interviene la adaptación en la función de transferencia (FT) del controlador PI.

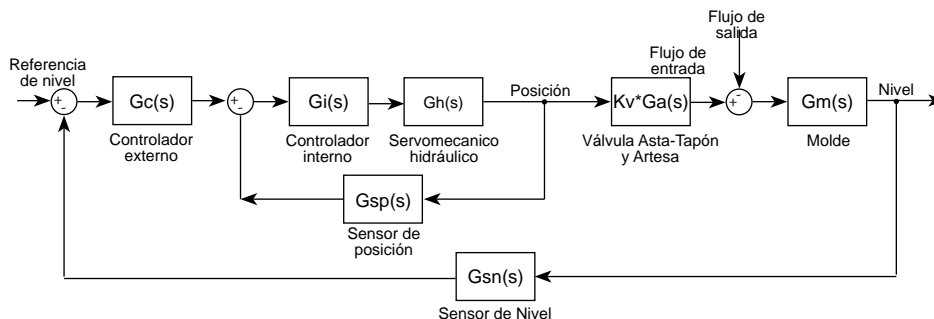


Figura1. Diagrama en bloques del sistema de control de nivel en molde.

Según la Figura 1, los elementos que componen el lazo son: el controlador interno, el servomecanismo hidráulico, el sensor de posición (estos elementos integran el lazo de control de posición, que aparecerá simplificado, como  $G_{cp}(s)$ ), el controlador principal PI, la válvula asta\_tapón, la artesa, el molde y el sensor de nivel; la FT de cada uno aparece detallada en [5]. Para aplicar los métodos de análisis de estabilidad, se obtiene la FT total del sistema (6), que se determina aplicando el principio de superposición, para ello, se realiza la simplificación del diagrama en bloques, de esta forma se obtendrá la FT del nivel de salida con el nivel de referencia (7) y nivel de salida con la velocidad de vaciado (8).

$$H(s) = T_1(s) + T_2(s) \quad (6)$$

$$T_1(s) = \frac{H(s)}{H_0(s)} = \frac{G_c(s)G_{cp}(s)K_v G_a(s)G_m(s)}{1 + G_c(s)G_{cp}(s)K_v G_a(s)G_m(s)G_{sn}(s)} \quad (7)$$

$$T_2(s) = \frac{H(s)}{V_v(s)} = \frac{C_m G_m(s)}{1 + G_c(s)G_{cp}(s)K_v G_a(s)G_m(s)G_{sn}(s)} \quad (8)$$

La ecuación característica de (7) y (8) es la misma, por tanto  $A_1 = A_2$  y de igual forma  $B_1 = B_2$ .

$$A_1 = A_2 = \begin{bmatrix} -55.82 & -22.73 & -11.55 & -3.77 & -1.49 & -0.31 \\ 64 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 16 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.5 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = B_2 = \begin{bmatrix} 2 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad D1 = D2 = [0]$$

Para  $T_1(s)$ :  $C_1 = [0 \ 0.29 \ 0.96 \ 1.15 \ 0.77 \ 0.15]$

Para  $T_2(s)$ :  $C_2 = [0.50 \ 0.44 \ 0.71 \ 0.72 \ 0.45 \ 0]$

A partir de esta representación, se comprueba si se cumple el Teorema 2, que se aplica para  $A_1$  y  $A_2$ . Es importante resaltar que, los autovalores de dichas matrices son iguales ( $EA_1 = EA_2$ ). Posteriormente se verifica si se cumple el Teorema 3 para cada controlador local a través de la determinación de  $V(x)$  y su derivada, y luego se

comprueba que estas cumplan con las condiciones del método, pero antes se debe determinar la matriz  $P$  con (5), para lo cual se definió la matriz  $Q$  como la matriz identidad.

#### IV. RESULTADOS Y DISCUSIÓN

Para obtener los resultados de ambos métodos de Lyapunov, se realizó un programa en MATLAB 7.7, en el que se obtuvieron  $P$ ,  $EA_1$ ,  $EA_2$ ,  $V(x)$  y  $V'(x)$ , entre otros:

$$EA_1 = EA_2 = \begin{bmatrix} -22.26 + 20.63i \\ -22.26 - 20.63i \\ -8.32 \\ -1.43 + 1.98i \\ -1.43 - 1.98i \\ -0.11 \end{bmatrix}$$

Todos los autovalores tienen parte real no positiva lo que indica que el PE  $x=0$  es estable y cumple con la condición de ser GAE. Además con el propósito de dar cumplimiento al Teorema 3, se mostrará un ejemplo de una función y su derivada para uno de los controladores.

$$V(x) = (0.017x_1 - 0.0078x_2 - 0.0257x_3 + 0.0039x_4 + 0.008x_5 - 1.2207 \cdot 10^{-4}x_6)x_1 \\ + (-0.0078x_1 + 0.1028x_2 - 0.0313x_3 - 0.1278x_4 + 0.0156x_5 + 0.0146x_6)x_2 \\ + (-0.0257x_1 - 0.313x_2 + 0.2555x_3 - 0.0625x_4 - 0.4683x_5 + 0.0078x_6)x_3 \\ + (0.0039x_1 - 0.1278x_2 - 0.0625x_3 + 0.9367x_4 - 0.1250x_5 - 0.4529x_6)x_4 \\ + (0.008x_1 + 0.0156x_2 - 0.4683x_3 - 0.1250x_4 + 3.6233x_5 - x_6)x_5 \\ + (-1.2207 \cdot 10^{-4}x_1 + 0.0146x_2 + 0.0078x_3 - 0.4529x_4 - x_5 + 8.9963x_6)x_6$$

$$V'(x) = -0.0095x_1 - 0.0675x_2 - 0.6489x_3 + 0.3448x_4 + 4.10725x_5 + 15.1313x_6$$

El programa realiza el mismo procedimiento para obtener  $V(x)$  y su derivada, por tanto, para el resto de los controladores, los resultados son similares a los anteriores.

Dicho programa da la posibilidad de comprobar las condiciones que exponen los teoremas utilizados, por tal motivo se puede decir que estas funciones y sus derivadas cumplen con las condiciones que se plantean en el segundo método de Lyapunov, por tanto, el PE  $x = 0$  es AE. Se demostró además que la  $V(x)$  es radialmente no acotada, lo que indica que el PE  $x = 0$  es GAE. Finalmente, con estos resultados se comprueba que cada controlador PI local es estable en el sentido de Lyapunov. Es preciso acotar que en este trabajo se han desarrollado ambos métodos

de Lyapunov, pues con el primero se demuestra la estabilidad global del sistema y, con el segundo, la estabilidad global de cada controlador.

## CONCLUSIONES

Con el diseño de un controlador borroso adaptable basado en la variante TS, se encontró una alternativa interesante para el diseño del sistema de control de nivel en molde de vaciado continuo, lo que facilita en gran medida el análisis de estabilidad.

La teoría de Lyapunov proporciona un marco general que permite verificar si un equilibrio es estable según varias definiciones. Se abordó dicha teoría, puesto que lo planteado en ella es el argumento utilizado para el análisis de estabilidad, que da solución al objetivo planteado inicialmente.

Se demostró que el sistema de control de nivel con adaptación borrosa propuesto para Acinox Las Tunas es AE y GAE en el sentido de Lyapunov, tanto por el primer método como por el segundo.

Con este resultado se confirma la efectividad de la propuesta y la viabilidad de su implementación en la práctica. Esto a su vez constituye un aval para predecir que dicho sistema será capaz de responder satisfactoriamente ante variaciones en las características dinámicas de la planta, logrando que se produzcan menos afectaciones en el nivel, lo que contribuiría a la obtención de un producto final de mayor calidad.

## REFERENCIAS

1. B. M. Al – Hadithi, F. Matía, A. Jiménez, “Análisis de estabilidad de sistemas de control borroso”. *Revista iberoamericana de automática e informática industrial (RIAI)*. Vol. 4, Núm. 2, pp. 7-25, 2007.
2. A. Alzate, J. E. Bravo, “Estabilidad de sistemas difusos con LMIs”. *Ciencia y Técnica*. Núm. 35, pp. 133-138, 2007.
3. C. Ariño, A. Sala, J. L. Navarro, “Diseño de controladores en varios puntos de funcionamiento para una clase de modelos borrosos Takagi-Sugeno afines”. Vol. 4, Núm. 2, pp. 98-105, 2007.
4. A. J. Barragán, “Síntesis de sistemas de control borroso estables por diseño”, Tesis de doctorado, Departamento de Ingeniería Electrónica de Sistemas Informáticos y Automática, Escuela Politécnica Superior, Universidad de Huelva, 2009.
5. G. González, M. Ramírez, and B. L. Rustán, “Modelado de Control de Nivel en Molde para Vaciado Continuo de Palanquillas de Acero”. *RIAI*, vol. 11, pp. 44-53, 2014.
6. F. Gordillo, “Estabilidad de sistemas no lineales basada en la teoría de Lyapunov”. *RIAI*, ISSN: 1697-7912. Vol. 6, Núm. 2, pp. 5-16, 2009.
7. R. Haber, “Control Borroso”, Monografía. Departamento de Control Automático, Facultad de Ingeniería Eléctrica. ISPJAM. Universidad de Oriente. Cuba, 1992.
8. R. Haber, “Curso de Control Moderno”, Monografía. Departamento de Control Automático, Facultad de Ingeniería Eléctrica. ISPJAM. Universidad de Oriente. Santiago de Cuba, 2007.
9. H. Khalil, “Nonlinear Systems”. New Jersey: Editorial Prentice – Hall Englewood Cliffs, 1996.
10. S. Sastry, M. Bodson, “Adaptive Control: Stability, Convergence and Robustness”. New Jersey: Editorial Prentice – Hall Englewood Cliffs, 1989.
11. J. J. Slotine, L. Weiping, “Applied Nonlinear Control”. New Jersey: Editorial Prentice – Hall Englewood Cliffs, 1991.
12. K. Tanaka, H. O. Wang, “Fuzzy Control Systems Design and Analysis”, 2001.