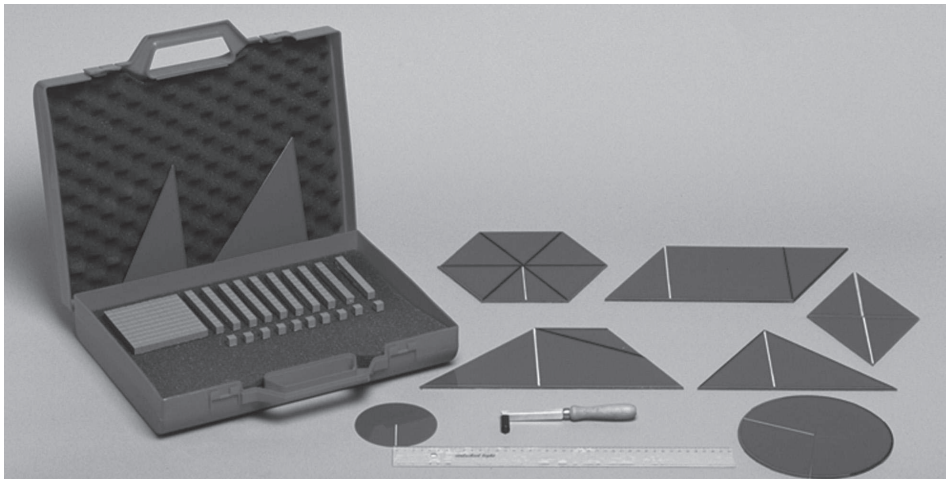


Una propuesta para la construcción de significado del concepto de área, en una comunidad de práctica para sexto grado

A proposal for the construction of meaning of the concept of area in a community of practice for sixth grade

Diana Carolina Pérez Duarte*



Resumen

El objetivo de esta investigación es proporcionar a los docentes información para el proceso de enseñanza y aprendizaje del concepto de área, a través de la descomposición y recomposición de algunas figuras geométricas planas, con el fin de facilitarles su tarea de enseñanza y buscar mejorar el proceso de aprendizaje de los estudiantes de grado sexto respecto a este concepto.

Palabras clave: concepto de área, construcción de significado, comunidad de práctica.

Abstract

The objective of this research is to provide teachers with information to the teaching and learning process of the “area” concept, through decomposition and recomposition

Fecha de recibido: 20 de noviembre, 2012

Fecha de aceptación: 18 de Marzo, 2013

* Profesora del Departamento de Ciencias de la Universidad Antonio Nariño de Bogotá, Colombia. Correo electrónico: dianacperez@uan.edu.co

of some plane geometric figures, with the interest to ease their teaching labour and to search improving the learning process of sixth grade students, related to this concept.

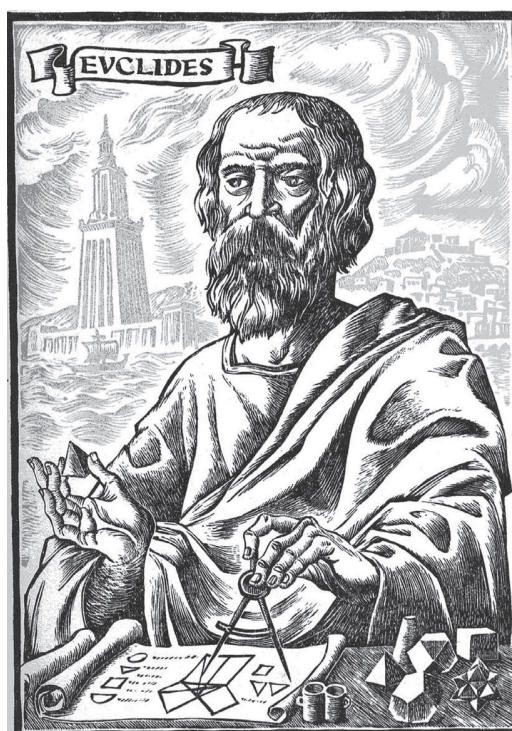
Keywords: concept of area, construction of meaning, community of practice.

Introducción

Euclides es, sin lugar a dudas, el matemático más ampliamente conocido de la antigüedad. Teniendo en cuenta el primer libro de los *Elementos*, este autor planteó la demostración geométrica de algunos enunciados conocidos como “problemas” en términos de “construir”, “dividir” o “trazar” Heath, T. (1956). En las divisiones de figuras y el estudio de sus áreas, Euclides buscó cómo interrelacionar figuras planas entre las cuales encontramos el triángulo, paralelogramo, trapecio, cuadrado. Euclides, para calcular el área de una figura plana, planteó la descomposición en subregiones congruentes y por ende de igual área, y utilizó también la recomposición de las mismas.

En la actualidad, en la matemática escolar se han perdido los aportes de este matemático y otros trabajando en la misma tradición, y es común que se dé importancia al desarrollo y memorización de fórmulas para hallar áreas, concentrando la atención así en operaciones aritméticas y haciendo caso omiso de importantes operaciones distintivas del pensamiento geométrico. También se observa la deficiencia en el aprendizaje y la enseñanza de la geometría, pues el docente dedica mucho más tiempo a la enseñanza de la aritmética, obstruyendo de esta manera el desarrollo del pensamiento espacial y geométrico en los estudiantes.

No solo es necesario desarrollar el pensamiento geométrico y espacial para enfrentar situaciones en el entorno social y cotidiano que nos exigen efectuar estimaciones sobre formas, distancias y áreas. También la geometría proporciona oportunidades para enfrentar y resolver problemas geniales, ejercer la creatividad y la imaginación, y desarrollar la capacidad



de pensar deductivamente con razonamientos encadenados desde los primeros encuentros con ella, particularmente en el contexto de la construcción de significado del concepto de área.

Su enseñanza-aprendizaje ocupa a muchos investigadores en el área de educación matemática, tanto nacional como internacionalmente, y ha sido tratado en numerosos eventos: congresos internacionales de matemática educativa (ICME 1995 a 2012), reuniones latinoamericanas de matemática educativa (Relme) y el XIII Simposio de la Sociedad Española de Investigación en Educación Matemática (SEIEM). En esta temática se destacan los trabajos de Van Hiele (1957), Bishop (1989), Campistrous y Rizo (1980-2007), Gutiérrez (1991, 2006) y Pérez y

Guillén (2008-2009). En sus trabajos se proponen modelos y estrategias para mejorar las dificultades e insuficiencias en la construcción del concepto de área como figura geométrica.

Este estudio se desarrolló en el Colegio Antonio Nariño, sede Usme, y con base en esta experiencia se constataron las siguientes insuficiencias:

- Limitado conocimiento de los docentes para impartir la geometría.
- Insuficiente estructuración del proceso de enseñanza–aprendizaje hacia la búsqueda activa del significado de área.
- Falta de planificación de un sistema de actividades que estimule y propicie el desarrollo del pensamiento lógico espacial para la construcción del concepto de área.

Esta investigación propone un método de enseñanza significativo a través del modelo propuesto por E. Wenger, quien plantea la enseñanza a través de una comunidad de práctica, donde el estudiante participa en la construcción de su conocimiento a través de la interacción, participación y vivencia de experiencias con sus compañeros. Específicamente, se diseñó un sistema de actividades teórico–práctico, que a través del modelo de Wenger pueda contribuir a la construcción de significado para el concepto de área de algunas figuras planas en la asignatura de geometría de sexto grado.

Desarrollo

Para el desarrollo de esta investigación se procedió en dos etapas: en la primera se aplicaron las diferentes actividades propuestas en esta investigación a los estudiantes de grado sexto del Colegio Córdoba, se conformaron grupos de trabajo para que discutieran y buscaran la estrategia de solución a los problemas planteados, se tomaron videos para observar qué dificultad presentaban los alumnos en el desarrollo de estas actividades, como también

se interactuó con ellos para escuchar los argumentos de solución, y de esta manera tomar correctivos para aplicarlos a los estudiantes del Colegio Antonio Nariño de Usme, donde estuvo centrado nuestro estudio.

Con este grupo de estudiantes se conformaron equipos de trabajo en parejas para que interactuaran y dieran soluciones a los problemas trazados en cada actividad, para luego discutir a nivel grupal sus resultados y para que cada equipo participara dando sus puntos de vista, argumentando sus resultados, y de esta forma construir conocimiento a nivel general del concepto trabajado y asimismo conformar una comunidad de clase, según el modelo de Wenger.

Al finalizar su desarrollo se realizó una evaluación individual y grupal con ejercicios extraídos de los libros de Olimpiadas de Matemáticas de Primer Nivel años 2002¹, 2005² y 2009³, para determinar si los estudiantes habían construido un significado sustantivo de los conceptos relacionados con la medición de áreas a través del modelo didáctico de Wenger.

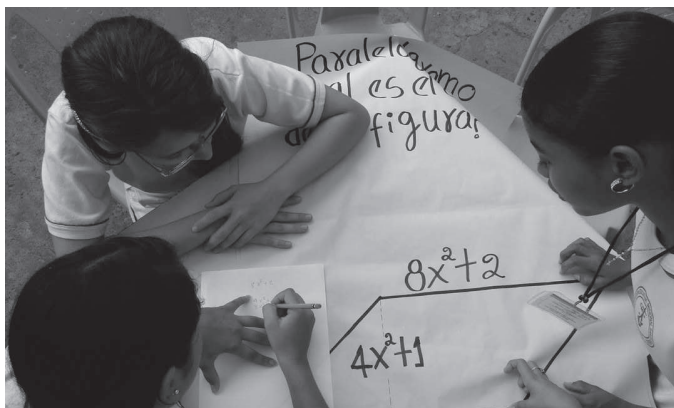
Antes de diseñar las diferentes actividades que ayudarían a los estudiantes a construir el significado de área, se pensó en actividades que no fueran de tipo de rutina memorística; por otra parte, no se pretendió desarrollar la habilidad solo para responder una prueba, se quiso que el estudiante construyera este concepto por medio de la descomposición —recomposición—, comparación, y tuviera experiencias para que fuera capaz de enfrentar problemas donde tuviera que encontrar el área de ciertas figuras geométricas planas o sus subregiones, privilegiando el pensamiento geométrico de modo que no fuera inmediato aplicar fórmulas aritméticas conocidas.

Algunas de estas actividades se plantearon teniendo en cuenta las demostraciones

¹ Universidad Antonio Nariño (2002).

² Universidad Antonio Nariño (2005).

³ Universidad Antonio Nariño (2009).



euclidianas, tomando como referencia, los primeros seis libros de Euclides. Para esta investigación se tomó la metodología descrita por Oliver Byrne (1847), donde plantea las demostraciones de Euclides por medio de la descomposición de figuras geométricas. Este es el propósito de estas actividades, se quiere que el estudiante construya el significado del concepto de área por medio de la descomposición, recomposición y comparación de algunas figuras geométricas planas, presentando en cada actividad una serie de problemas con el objetivo de que el estudiante, a medida que vaya solucionando cada problema, comience a construir el significado del concepto que se está trabajando.

Para el desarrollo de las actividades de descomposición-recomposición se plantean dos etapas: una de manipulación física (al estilo de rompecabezas), que tiene como objetivo apreciar en cuántas formas se puede descomponer una figura. La segunda etapa es de manipulación mental, se proyectan actividades en el papel donde el estudiante tiene la necesidad de utilizar su imaginación para realizar la descomposición y la comparación del área de las figuras planas, haciendo correctamente esta representación en su dibujo.

Luego los estudiantes realizarían la etapa de comparación, que tiene como objetivo que lleguen a la conclusión de que una misma área puede estar representada por diferentes

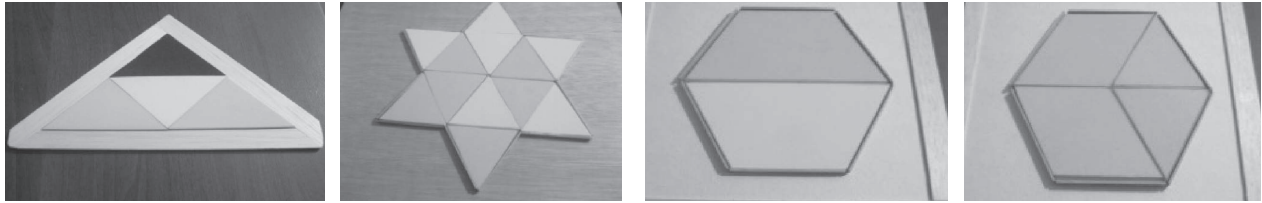
formas geométricas; esta etapa se realiza de dos maneras, la primera donde no se utiliza la unidad de medida, la segunda donde se descomponen en unidades, representadas en triángulos, rectángulos, rombos y cuadrados.

La última actividad es un taller en el que se recogen todas las actividades propuestas en las anteriores etapas para que el estudiante llegue a solucionar los problemas planteados a través de un desarrollo geométrico de las fórmulas tradicionales para el cálculo de áreas de figuras geométricas.

Para el desarrollo de cada una de las actividades se tuvieron en cuenta en su diseño los componentes de la teoría social del aprendizaje propuestos por Wenger (1998), enfatizando algunos aspectos como: contextualizar el problema de una manera que se conecte con los alumnos y sus intereses, ofrecer una situación que sale de las actividades habituales, poner a los alumnos en condiciones de apropiarse de la situación para que puedan desarrollar por sí mismos la comprensión de su participación, colocar a los estudiantes en interacciones, haciéndolos trabajar en equipo o como grupo, animar a los estudiantes a crear sus propias estrategias de uso de sus conocimientos matemáticos estableciendo vínculos entre los conceptos, animar al debate y a la adopción de un número determinado de estrategias o soluciones.

Para el desarrollo de este estudio se propusieron las siguientes actividades:

- Actividades de descomposición y recomposición con rompecabezas (figuras geométricas específicas): fueron elaborados en fomi, cartón paja y palos de balsa con las principales figuras geométricas. Esta actividad estimula la creatividad de los estudiantes utilizando la descomposición y recomposición (resolver el rompecabezas) y la posibilidad de manipulación y apreciación de las figuras y sus componentes desde diferentes perspectivas. Se armaron parejas para esta actividad con base en una guía de



trabajo y se realizaron preguntas respecto a las figuras que observan en el rompecabezas. Se tomó un grupo voluntario de 10 alumnos de grado sexto para observar su reacción al desarrollo de esta actividad y de esta forma introducir las respectivas correcciones para luego aplicar el ejercicio a un grupo de manera general.

- Actividades con figuras en papel: se diseñaron para que el estudiante resolviera problemas aplicando la descomposición y recomposición de figuras en el papel, lo cual le invita a usar la imaginación antes de trazar subdivisiones o para ver de qué modo puede reordenar las figuras obtenidas para lograr recomponerlas en la figura deseada, y de esta forma comenzar a construir significado para el concepto de área en el estudiante.
- Realización de talleres especialmente diseñados de acuerdo con los significados a construir y afianzar y con el modelo de Wenger. Como parte del sistema de actividades en la solución de problemas se conformaron equipos de trabajo, esperando de esta forma que los estudiantes realizaran aportes a sus compañeros de equipo en cuanto experiencias, comentarios, sugerencias y reflexiones sobre el trabajo a desarrollar (tema, áreas), para después transformar el trabajo individual en un producto más rico donde se tienen en cuenta las observaciones hechas por sus compañeros de equipo.

Para el desarrollo de estas actividades en grupo se pretende que los alumnos tengan el compromiso y la responsabilidad de aprender y enseñar unos de/a otros según el modelo de Wenger.

Para que el estudiante construya el significado del concepto de área se dio a continuación una explicación de cada una de las categorías que compone la actividad (descomposición y recomposición, comparación, razón entre áreas y comparación de “unidades” de área), donde se aplicó cada uno de estos niveles en la solución de problemas y de esta manera detectar en los estudiantes si lo realizan o no.

- La descomposición y recomposición. Se le presenta a cada grupo de trabajo una serie de problemas interesantes donde los estudiantes tendrán que realizar descomposición y recomposición de figuras planteados en relación con experiencias cotidianas y matemáticas.

Ejemplo: Imagínate que la figura representa dos parques. ¿Tiene el parque A la misma cantidad de pasto que el parque B?

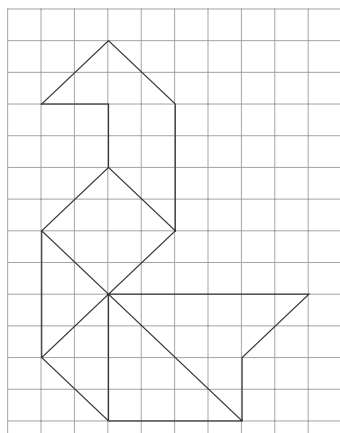


- La comparación. Dentro de estas actividades se presentan ejercicios compuestos con diferentes figuras geométricas planas con el objetivo de que los estudiantes puedan hallar el área de una conociendo la de la otra.

Ejemplo: ¿Cuántas unidades como lo muestra?

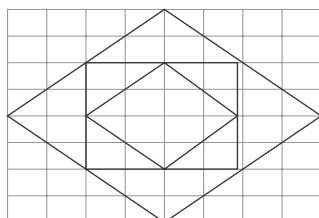


Se necesitan para cubrir la siguiente figura.



La razón entre áreas (comparación aritmética). En cada guía de trabajo grupal se presenta una serie de figuras geométricas divididas donde discutirán de manera individual y grupal cuál es la razón entre las respectivas áreas.

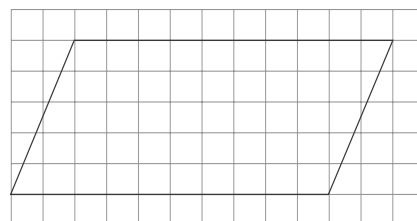
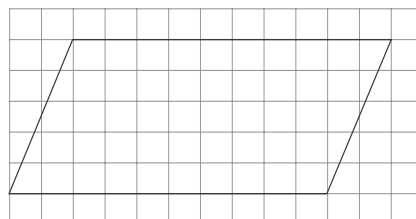
Ejemplo: ¿Qué fracción de la región cubierta por el rombo grande representa el rombo pequeño?



- Relación de figuras geométricas: Ejercicios donde el estudiante analiza la relación rectángulo - paralelogramo, triángulo - paralelogramo, paralelogramo - trapecio, triángulo - trapecio, y de esta forma comenzar a usar los resultados y las actividades anteriores para que los estudiantes

mismos generen las fórmulas para calcular el área de esas figuras a través de la descomposición y recomposición de una figura base para la cual se conoce una fórmula de área.

Ejemplo: Observa las siguientes figuras:



¿Qué observaste al trazar una línea diagonal dentro del paralelogramo?

Si el área de la superficie del paralelogramo es de 50 cuadros, ¿cómo puedo averiguar la cantidad de cuadros de uno de los triángulos que compone el paralelogramo? Explica tu respuesta.

En el desarrollo de cada una de las actividades se observó que los estudiantes se motivaron y participaron activamente en cada una de las tareas que se les proporcionó, donde se logró que hubiera una comunicación entre pares y cada uno de los estudiantes diera una sustentación creativa a la solución de los diferentes problemas propuestos.

Conclusiones

En la realización de cada una de las actividades con el modelo “comunidad de práctica”, se concluye:

- Los estudiantes se sintieron motivados en el desarrollo de cada uno de las actividades, pues se sentían los protagonistas de su propio aprendizaje.
- Al terminar la actividad “rompecabezas” con los estudiantes, ellos expusieron cómo podrían descomponer y recomponer algunas figuras geométricas planas.
- Los estudiantes comenzaron a construir el significado de área por medio de la descomposición y recomposición.
- Los estudiantes construyeron el concepto de medir superficies mediante el recubrimiento total de la figura, utilizando una unidad de medida.
- Los estudiantes lograron encontrar la fracción que corresponde al área sombreada de una figura, aunque todavía se evidencia que algunos estudiantes invierten los números (numerador-denominador).
- Los estudiantes lograron encontrar el área de algunas figuras geométricas planas mediante la descomposición y comparación utilizando algunos procedimientos matemáticos para hallar un valor numérico.

- Se observó que algunos grupos resolvieron algunos problemas planteados por métodos que no se tenían previstos en esta investigación, lo cual indica que con el modelo propuesto se eleva la creatividad de los estudiantes para la solución de problemas.

La investigación confirmó que la utilización de las formas de razonamiento de Euclides en su libro *Los elementos* facilita la adquisición del concepto de área y la solución de problemas a través de este método. Esto se observa en el buen desempeño que tuvieron los estudiantes en el desarrollo de la actividad grupal e individual, por lo cual podemos afirmar con certeza que la utilización de este método potencia y desarrolla el pensamiento geométrico.

Dentro de la evaluación final realizada con los estudiantes de la investigación se efectuó una comparación con las estadísticas de la prueba clasificatoria de las XXI Olimpiadas de Matemáticas realizadas por la Universidad Antonio Nariño en abril del 2002 y del 2009; debe tenerse en cuenta el tiempo para la solución de esta prueba, pues a los estudiantes de la investigación se les otorgó más tiempo de lo que se da en el desarrollo de las olimpiadas.

Referencias

- Alsina, C; Burgués, C. y Fotuny, J. (1987), *Invitación a la didáctica de la geometría*, Madrid, Síntesis.
- Arithmetic teacher (1985), Exercise 5. volume 33, number 4, December. pp. 3, 20.
- Arithmetic teacher (1985), volume 33, number 2, October. pp. 11, 26.
- Arithmetic teacher (1984), volume 31, number 7, March. pp. 23, 51.
- Arithmetic teacher (1982), volume 30, number 2, October. pp. 34-40
- Arithmetic teacher (1982), volume 29, number 8, April. p. 36.
- Arithmetic teacher (1981), volume 28, number 9, May. p. 15.
- Arithmetic teacher (1981), volume 28, number 6, February. pp. 7-9.
- Blanco, H. (2009), *Representaciones gráficas de cuerpos geométricos*. En: http://www.escuela-digital.com.uy/geometria/5_cuerpos.htm.

- Blanco, H. y Crespo, C. (2007), *Representaciones geométricas y argumentaciones en el aula de matemáticas*, volumen 32, pp. 15-23, Buenos Aires.
- Boit, B. (1980), *Actividades matemáticas*, Sevilla.
- Burton, D. (1985), *The history of mathematics*, United States of America.
- Byrne, O. (1847), *Los primeros seis libros de los elementos de Euclides*, Falkland Island.
- Campos, A. (2009), *Geometría Euclidiana*, New York.
- Chamorro, C (1988), *El problema de la medida*, Madrid.
- Corbalán, F (1995), *La matemática aplicada a la vida cotidiana*, Madrid.
- Corberán, R. (1996), Análisis del concepto de área de superficies planas, Tesis Doctoral, Madrid.
- El modelo de Van Hiele aplicado a la geometría de los sólidos*. En: <http://hipatia.matedu.cinvestav.mx>
- El Tiempo. (2000), *El maestro de hoy*, Educación, página 4C, Bogotá.
- Fargas, M (1996), *Medida y magnitud*, Barcelona.
- Fartes, Mauricio, *Olimpiadas mexicanas de matemáticas*, México.
- Fauvel, J y Gray, J (1975), *The history of mathematics*, Washington.
- Flores, A (1992), *La feria de Pitágoras, en educación matemática*, Vol. 4, núm. 1 pp. 66-83, México.
- Firlker, D. (1987), *Rompiendo las cadenas de Euclides*, Madrid.
- García, J (1990), *Geométrica y experiencias*, Dpto. de Didáctica de las Ciencias Experimentales y de las Matemáticas, Badajoz, Universidad de Extremadura.
- Gentile, Enzo, *Manual de matemáticas para la preparación de olimpiadas*, editado por la OEI.
- Ghyka, M. (1997), *The geometry of art and life*, New York.
- González, F. (2007), *Cómo desarrollar clases de matemáticas centradas en resolución de problemas*, Argentina.
- Guzmán, M. (1991), *Juegos Matemáticos*, Madrid.
- Heath, T. (1956), *Euclid's Elements*, volumen 1, New York.
- Hidalgo, M., *Aprender geometría doblando papel*.
- Hilbert y Bourban, *Axiomas y Geometría desde Euclides hasta nuestros días*, San Francisco.
- ICME11, *La elaboración de modelos teóricos en la investigación en educación matemática*, México.
- , *Investigación y desarrollo de tareas (diseño y análisis)*, México.
- Mathematics teacher (2002), volume 95, number 2, February, pp 127.
- Mathematics teacher (2002), volume 95, number 1, January, pp. 32.
- Mathematics teacher (2001), volume 94, number 4, April, pp. 316.
- Mathematics teacher (2001), volume 94, number 3, March, pp.188,193.
- Mathematics teacher (2001), volume 94, number 1, January, pp. 20.
- Mathematics teacher (2000), volume 93, number 7, October, pp. 63.
- Moreira, C. (noviembre 2007), *Olimpiadas Brasileñas de matemáticas*, Brasil. Morris, K (1992), *El pensamiento matemático desde la antigüedad a nuestros días*, Madrid.
- NCTM (1990), *Sugerencias para resolver problemas*, México, Trillas. En: <http://www.monografias.com/trabajos81/aprender-jugando-caso-geometria-y-oblado-papel/aprender-jugando-caso-geometria-y-doblado-papel2.shtml>.

- Olimpiada matemática Española* (1999), España.
- Orton. (1997), Enseñanza de la geometría en la ESO, educación matemática geometría, Tesis Doctoral, Madrid.
- Salazar, Jorge (1993-1997), *Olimpiada recreativa de matemáticas pruebas de sexto grado*, Caracas.
- Secretaria de Educación Distrital (1999), *Desarrollo del Pensamiento espacial y geométrico*, Bogotá.
- Sistema Helicoidal, *Olimpiadas Internacionales de Matemáticas Educación sin límites, saco oliveros*, pp. 29-53, Buenos Aires.
- Universidad Antonio Nariño (2002), *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. Problemas y Soluciones, problemas primer nivel*, Bogotá.
- Universidad Antonio Nariño (2005), *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. Problemas y Soluciones, problemas primer nivel*, Bogotá.
- Universidad Antonio Nariño. (2009): *Olimpiadas Colombianas de Matemáticas. Problemas y Soluciones, problemas primer nivel*. Bogotá.
- Vila, A y Callejo M. (2004), *Matemáticas para aprender a pensar*, Madrid.
- Wenger, E. (2007), *Communities of practice: learning, meaning, and identity*, Cambridge, Cambridge University Press.